



(12) CERERE DE BREVET DE INVENȚIE

(21) Nr. cerere: a 2022 00051

(22) Data de depozit: 04/02/2022

(41) Data publicării cererii:
30/08/2023 BOPI nr. 8/2023

(71) Solicitant:
• UNIVERSITATEA TEHNICĂ "GHEORGHE
ASACHI" DIN IAȘI, STR. PROF. DR. DOC.
DIMITRIE MANGERON NR. 67, IAȘI, IS, RO

(72) Inventatori:
• DONCIU CODRIN, STR.VALEA ADÂNCĂ
NR.9, IAȘI, IS, RO

(54) METODĂ DE CALCUL A TRANSFORMATEI FOURIER
DISCRETE UTILIZÂND ARGUMENT NEÎNTREG

(57) Rezumat:

Invenția se referă la o metodă de calcul a transformatei Fourier discrete (TFD), destinate reducerii efectului numit picket fence. Metoda conform invenției utilizează un număr k neîntreg de cicluri pentru funcțiile kernel. Pentru o multiplicare de R ori a rezoluției în frecvență se calculează pasul argumentului ca fiind $p=1/R$. Numărul punctelor în frecvență vor deveni $M=RN$, unde N reprezintă numărul punctelor din secvența de timp a

semnalului, k neîntreg variază de la 0 la $N-1$, cu pasul subpunitar p . Utilizarea unui argument neîntreg este echivalentă cu metoda zero padding, dar numărul de operații este redus de $\log_2 M / \log_2 N$ ori.

Revendicări: 1
Figuri: 3



| | |
|--|---------------|
| OFICIUL DE STAT PENTRU INVENȚII ȘI MĂRCI | |
| Cerere de brevet de invenție | |
| Nr. | 9 2022 000 51 |
| Data depozit | 14-02-2022 |

METODA DE CALCUL A TRANSFORMATEI FOURIER DISCRETE UTILIZAND ARGUMENT NEINTREG

Invenția se referă la o metodă de calcul a Transformatei Fourier Discrete destinată reducerii efectului Picket Fence.

Transformata Fourier Discretă (TFD) prezintă două dezavantaje în utilizare, leakage-ul și efectul Picket Fence. Leakage-ul apare atunci când TFD este aplicată unui semnal cu număr neîntreg de perioade. Eliminarea completă a acestui efect poate fi realizată doar prin aplicarea unei eșantionări coerente (număr întreg de perioade). Eșantionarea coerentă este dificil de obținut în aplicațiile curente fapt pentru care se utilizează aplicarea de ferestre.

Efectul Picket Fence (PFE) este o consecință a naturii discrete a spectrului de frecvență, unde doar un număr finit de puncte în frecvența pot fi generate (frecvențe determinate prin intermediul TFD, punctul în frecvență unde se calculează transformata), și devine observabil atunci când componentele spectrale nu se potrivesc cu respectivele puncte în frecvența calculate. Parametrii componentelor spectrale sunt determinate de vârfurile Transformatei Fourier Discretă în Timp (TFDT). Luând în considerare faptul că TFD este calculată doar în puncte în frecvența, informația referitoare la coordonatele vârfurilor nu va fi obținută exact. Acest efect este similar cu privirea unei fortărețe printr-un gard (picket fence), așa cum este prezentat în figura 1. TFDT este reprezentată de conturul fortăreței, steagul acesteia reprezentând componenta spectrală ce se dorește a fi determinată (1.a). Se urmărește să se determine atât înălțimea cât și poziția steagului adică, într-un limbaj specific analizei spectrale, amplitudinea și frecvența componentei investigate. Se presupune că această fortăreață este privită printr-un gard, al cărui fante reprezintă punctele în frecvența ale TFD (1.b). Este evident faptul că doar anumite porțiuni din fortăreață vor fi observate (1.c) și, fiindcă nici una dintre fantele gardului (punctele în frecvența) nu se suprapune peste steag, acesta nu va putea fi observat și prin urmare nu va putea fi interpretat.

Doar în anumite situații particulare, când poziția steagului este un multiplu al distanței dintre două fante succesive (de exemplu componenta spectrală este un multiplu al rezoluției TFD), steagul fortăreței va fi vizibil (1.d).

Pentru reducerea efectului picket fence sunt cunoscute două metode: zero padding și interpolarea TFD. Zero padding reprezintă o soluție utilizată pentru scăderea în frecvență a

distanței dintre punctele în frecvență. Metoda constă în mărirea secvenței semnalului investigat prin adăugarea de zerouri la finalul acesteia, înainte ca TFD să fie aplicată.

Interpolarea TFD este o metodă parametrică bazată pe evaluarea a două sau trei puncte în frecvență ale TFD, cu scopul de a găsi vârful TFD.

Este cunoscută metoda de interpolare realizată de Rife și Vicent care prezintă o formulă bazată pe două puncte în frecvență pentru estimarea frecvenței [1]. Algoritmul de interpolare prezintă o eroare semnificativă în apropierea eșantionării coerente. Ca soluție, a fost propusă o combinație între interpolare și utilizarea ferestrelor [2-3] iar o metodă pentru selecția optimă a ferestrelor utilizate în interpolare este prezentată în [4].

Recent, au fost dezvoltati algoritmi bazați pe interpolare, utilizați atât pentru partea reală cât și imaginară a spectrului TFD, cu o reducere semnificativă a erorii în apropierea eșantionării coerente [5].

În prezent, pentru evaluarea cu precizie parametrilor componentelor spectrale se utilizează fie combinația DFT cu zero padding și interpolare [6-7] fie doar DFT cu zero padding [8-10]. Indiferent de variantă, creșterea preciziei prin adăugarea de zerouri la secvența inițială se face cu creșterea semnificativă a volumului de calcul.

Problema tehnică pe care o rezolvă invenția este reducerea semnificativă a volumului de calcul.

Metoda de calcul a Transformatei Fourier Discrete, conform invenției, utilizează valori neîntregi pentru argumentul funcției.

Fie o secvență $x(n)$ dintr-un semnal discret, având N puncte. Calculul TFD pentru fiecare punct în frecvență (argument $k = 0 \dots N-1$, k fiind număr întreg) constă în înmulțirea secvenței semnalului cu kernel-ului TFD:

$$X_k(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi nk/N}$$

unde, indexul k al $X_k(k)$ reprezintă componenta de ieșire cu numărul k a TFD (punctul în frecvență), adică X_0, X_1, \dots, X_{N-1} , iar argumentul k reprezintă numărul de cicluri din funcțiile kernel. Kernel-ul TFD este reprezentat de două semnale discrete ortogonale, ambele cu același număr de puncte ca și secvența de semnal. Pentru semnalele kernel, argumentul k reprezintă numărul ciclului. Prin urmare, k reprezintă numărul de cicluri utilizați de kernel pentru a obține punctul k în frecvență. Semnalele kernel sunt ușor de observat dacă se utilizează forma rectangulară de descriere a TFD:

$$X_k(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) [\cos(2\pi nk/N) - j \sin(2\pi nk/N)].$$

Întrucât doar numere întregi sunt folosite pentru argumentul k , semnalele kernel sunt alcătuite dintr-un număr întreg de cicluri.

Metoda TFD cu argument neîntreg utilizează un număr neîntreg de cicluri pentru funcțiile kernel. Pentru o multiplicare a rezoluției în frecvență, de R ori, se calculează pasul argumentului ca fiind $p=1/R$. Numarul punctelor în frecvența vor deveni $M=RN$

Invenția poate fi exploatată industrial pentru aplicații care necesită procesare în domeniul frecvența al semnalelor precum filtrarea, transmisia de date sau evaluarea spectrului de frecvența.

Metoda de calcul al TFD cu argument neîntreg conform invenției, prezintă următorul avantaj: conduce la obținerea unei reprezentări în frecvența identică cu cea obținută prin metoda zero padding dar cu o reducere semnificativă a numărului de operații.

Se dă, în continuare, un exemplu de realizare a invenției, în legătură cu fig. 2 și fig. 3 care reprezintă:

- fig. 2, secvență de înmulțire între secvența de semnal cu un semnal kernel pentru zero padding
- fig. 3, secvență de înmulțire între secvența de semnal cu un semnal kernel pentru TFD cu argument neîntreg

Se considera o secvența de semnal care cuprinde 100 de puncte în domeniul timp ($N=100$). Aplicarea TFD conduce la obținerea a 100 de puncte în frecvența. Pentru reducerea efectului Picket Fence, dorim să multiplicăm rezoluția în frecvența cu $R=10$. Astfel, prin metoda zero padding vom completa secvența cu zerouri până la $M=RN=1000$ puncte. Astfel vom obține 1000 de puncte în frecvența. Astfel, în figura 2, pe coloană din stanga, poate fi urmărită secvența inițială a semnalului (2.a), secvența rezultată după adăugarea de zerouri până la $M=1000$ puncte (2.b) și semnalul kernel pentru $k = 11$ (2.c). Semnalul rezultat după înmulțire este prezentat în 2.d. De remarcat că toate punctele de la $n = N$ la $n = M$ sunt zerouri și devin irelevante pentru suma DFT care calculează punctul în frecvența.

Pentru aceeași secvența de semnal de 100 de puncte, în fig. 3 se prezintă aplicarea metodei cu argument neîntreg. Numărul de puncte obținute în frecvența va fi $M=RN=1000$ dar punctele se obțin prin utilizarea unui argument neîntreg. Pasul p cu care variază argumentul va fi de $1/R$, adică $1/10$. Astfel, secvența de puncte a semnalului (3a) este înmulțită cu un semnal kernel de 1.1 cicluri (3c) în loc de 11 cicluri cum se realizează în metoda zero padding (2c). Rezultatul înmulțirii este prezentat în (3d) și este identic cu (2d).

Din punct de vedere al spectrului, semnalele ambelor metode produc același spectru. Utilizarea unui argument k neîntreg este echivalentă cu metoda zero padding dar numărul de operații este redus de $\log_2 M / \log_2 N$ ori.

BIBLIOGRAFIE

1. Rife D.C., Vicent G.A., *Use of the discrete Fourier transform in the measurement of frequencies and levels of tones*, Bell Syst. Tech. J., vol. 49, pp. 197-228, 1970.
2. Offelli C., Petri D., *Interpolation techniques for real-time multifrequency waveform analysis*, IEEE Transaction on Instrument and Measurement, vol. 39, nr. 1, pp. 106-111, 1990.
3. Granke T., *Interpolation algorithms for discrete Fourier transforms of weighted signals*, IEEE Transaction on Instrument and Measurement, vol. 32, nr. 2, pp. 350-355, 1983.
4. Belega D., Dallet D., *Choice of the Acquisition Parameters for Frequency Estimation of a Sine Wave by Interpolated DFT Method*, Computer Standards & Interfaces, vol. 31, nr. 5, pp. 962-968, 2009.
5. Li Y.F., Chen K.F., *Eliminating the picket fence effect of the fast Fourier transform*, Computer Physics Communications, vol. 178, nr. 7, pp. 486-491, 2008.
6. Quinn B.G., *Recent advances in rapid frequency estimation*, Digital Signal Processing, vol. 19, nr. 6, pp. 942-948, 2009.
7. Borkowski J., Mroczka J., *LIDFT method with classical data windows and zero padding in multifrequency signal analysis*, Measurement, vol. 43, nr. 10, pp. 1595-1602, 2010.
8. Jawla S., Hogge J.P., Alberti S., *Theoretical investigation of iterative phase retrieval algorithm for quasi-optical millimeter-wave RF beams*, IEEE Transactions on Plasma Science, vol. 37, nr. 3, pp. 403-413, 2009.
9. Oh S., Kong H.J., Choi E.K., Kim H.C., Choi Y.S., *Complex fractionated electrograms and AF nests in vagally mediated atrial fibrillation*, Pacing and Clinical Electrophysiology, vol. 33, nr. 12, pp. 1497-1503, 2010.
10. Pang H.S., Jeon B.M., *On the window selection for three FFT-based high-accuracy frequency estimation methods*, IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Science, vol. E88A, nr. 5m pp. 1365-1368, 2005.

REVENDICĂRI

Metoda de calcul a TFD, **caracterizata prin aceea că** aceasta utilizează un argument neîntreg k cu pas $p=1/R$, unde R reprezinta factorul de multiplicare al rezolutiei in frecventa.

DESENE

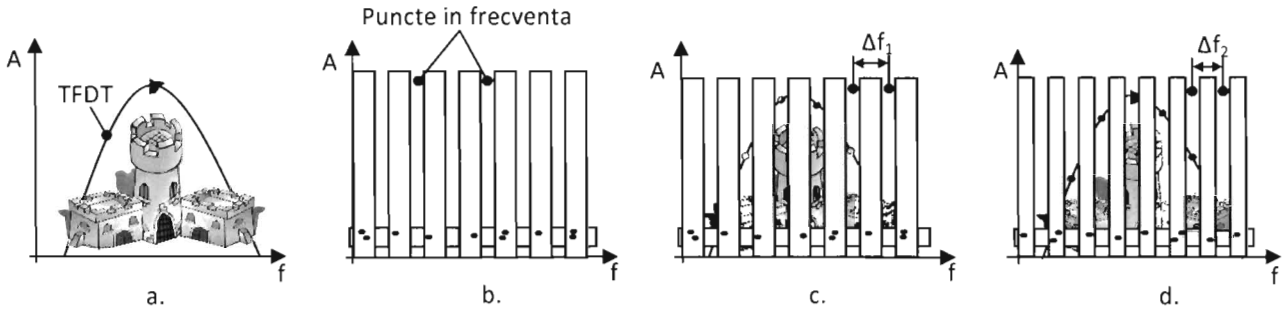
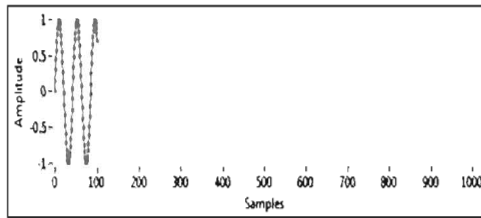
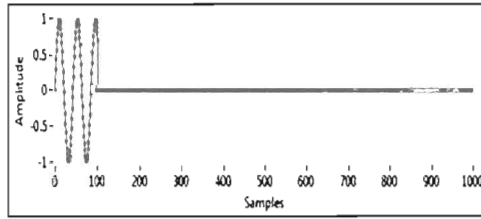


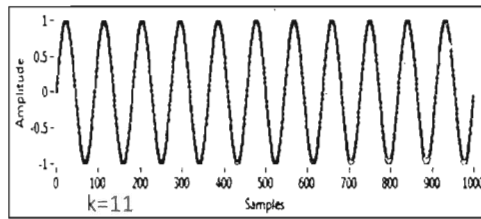
Fig.1.



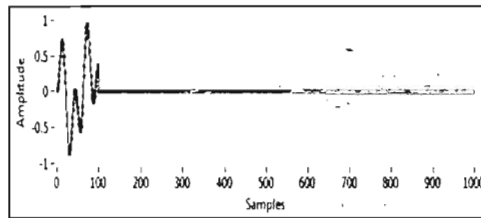
a.



b.

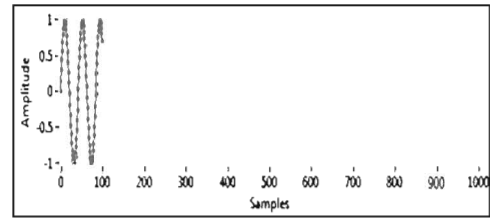


c.

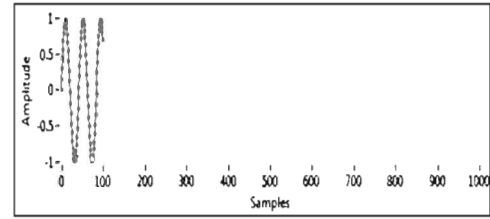


d.

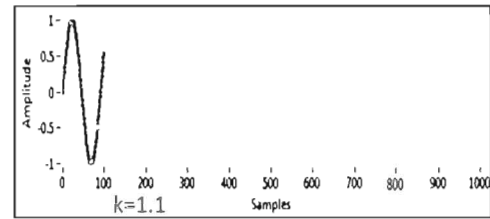
Fig. 2



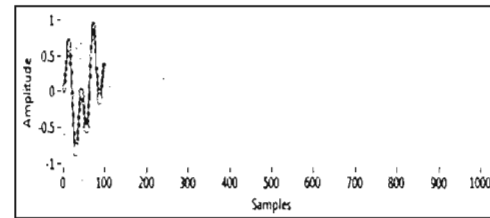
a.



b.



c.



d.

Fig. 3