



(12)

CERERE DE BREVET DE INVENTIE

(21) Nr. cerere: **a 2022 00421**

(22) Data de depozit: **18/07/2022**

(41) Data publicării cererii:
30/06/2023 BOPI nr. **6/2023**

(71) Solicitant:

- UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIȘOARA, PIATA VICTORIEI NR.2, TIMIȘOARA, TM, RO;
- ACADEMIA OAMENILOR DE ȘTIINȚĂ DIN ROMÂNIA, SPLAIUL INDEPENDENȚEI, NR.54, SECTOR 5, BUCUREȘTI, B, RO

(72) Inventatori:

- GURBINĂ MIRCEA, STR.AMZEI NR.14, TIMIȘOARA, TM, RO;
- LASCU DAN FLORENTIN, STR.INDEPENDENȚEI 13, TIMIȘOARA, TM, RO;

• SZABO ROLAND, STR.ION ROATĂ, BL.B110, SC.A, ET.3, AP.11, TIMIȘOARA, TM, RO;

- POP-CĂLIMANU IOANA MONICA, BD.CLOȘCA NR.11, BL.30, AP.79, SATU MARE, SM, RO;
- CIREȘAN AUREL, STR.LALELELOR, BL.E5, SC.B, AP.1, TIMIȘOARA, TM, RO;
- LICĂ SEPTIMIU, STR. MARTIR GABRIELA TAKO, BL. A70, SC. A, AP. 5, TIMIȘOARA, TM, RO

Această publicație include și modificările descrierii, revendicărilor și desenelor depuse conform art. 35 alin. (20) din HG nr. 547/2008

(54) METODĂ MATEMATICĂ EXACTĂ ȘI GENERALĂ DE ANALIZĂ A STABILITĂȚII CONVERTOARELE DC-DC CU FUNCȚIONAREA ACESTORA ÎN TREI STĂRI TOPOLOGICE

(57) Rezumat:

Invenția se referă la o metodă și un aparat pentru determinarea, pentru orice convertor DC-DC ce funcționează cu trei stări topologice, a valorii parametrului de bifurcație la care acesta trece de la o funcționare stabilă la o funcționare defectuoasă. Metoda conform inventiei constă în: determinarea vectorilor de stare la momente discrete de timp, pentru un parametru de stare stabilit, de ex. factorul de amplificare, k, pe baza unor ecuații matematice ce descriu o funcționare cu trei stări topologice, stabilirea, pe baza vectorilor de stare, a unei hărți interactive de semnal mic a variației prognozate pentru parametrul de stare urmărit, stabilirea punctului static de funcționare (PSF), de bifurcație, pentru care se evaluatează valorile derivatele parțiale care compun jacobianul hărții interactive, analizarea valorilor derivatele parțiale și aprecierea stabilității sau a nivelului de instabilitate a sistemului analizat și ajustarea valorii PSF pentru obținerea unui regim de funcționare stabil. Aparatul conform inventiei este alcătuit dintr-un convertor boost cu control proporțional în tensiune, cu circuit SG3524 având doi pini (11 și 14) de ieșire conectați în paralel pentru a genera un semnal de intrare în impulsuri scurte pentru un modul bistabil, un condensator (C) care împreună cu P₂ stabilizează frecvența de funcționare a circuitului boost, un circuit (IC2) folosit pentru a amplifica impulsuri scurte astfel încât să depășească pragul de comutare al intrării de set a modulului bistabil, un circuit (IC3) care furnizează semnalul de resetare pentru bistabil, un amplificator diferențial cu circuit (IC1) integrat realizat cu un AO de

tipul LF356 cu patru rezistențe (R₁, ..., R₄) prin care se stabilește valoarea de amplificare a parametrului de stare, k, și un potențiomетru dublu care asigură parcurgerea plajei pentru modificarea parametrului de bifurcație.

Revendicări inițiale: 1

Revendicări amendate: 2

Figuri: 14

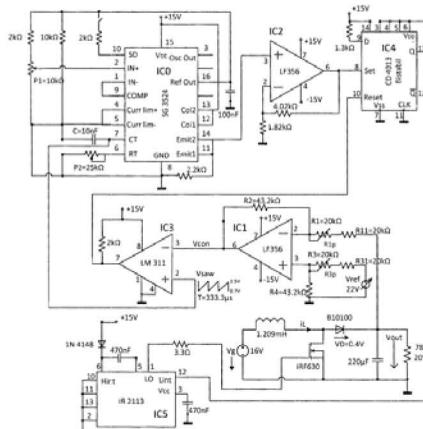


Fig. 8

Cu începere de la data publicării cererii de brevet, cererea asigură, în mod provizoriu, solicitantului, protecția conferită potrivit dispozițiilor art.32 din Legea nr.64/1991, cu excepția cazurilor în care cererea de brevet de inventie a fost respinsă, retrasă sau considerată ca fiind retrasă. Întinderea protecției conferite de cererea de brevet de inventie este determinată de revendicările conținute în cererea publicată în conformitate cu art.23 alin.(1) - (3).





96

(1)

Metodă matematică exactă și generală de analiză a stabilității convertoarelor DC-DC cu funcționarea acestora în trei stări topologice

(2)

Invenția se referă la o metodă de determinare, pentru orice convertor DC-DC ce funcționează cu trei stări topologice, a valorii parametrului de bifurcație la care acesta trece dintr-o funcționare stabilă la o funcționare defectuoasă cu o modificare bruscă a tuturor parametrilor de lucru.

Parametru de bifurcație poate fi: un parametru de lucru (tensiune de intrare, tensiune de referință, curentul inductiv, curent de referință, amplificare diferențială, sau orice mărime electronică a cărei variație poate fi controlată din convertorul de bază sau bucla de reacție și care face ca un convertor de tensiune DC-DC cu funcționare cu trei stări topologice să treacă de la o funcționare stabilă la alta instabilă.

(3)

Funcționarea cu trei stări topologice este destul de frecvent întâlnită la convertoarele DC-DC. Desigur cea mai cunoscută este funcționarea în modul discontinuu (DCM), atât din punct de vedere al curentului cât și al tensiunii. Un alt exemplu este cel al utilizării modulației triunghiulare, chiar dacă funcționarea convertorului rămâne CCM. În acest din urmă caz două stări topologice neadiacente sunt identice din punct de vedere al configurației circuitului de putere, chiar pot avea durate egale. Esențial este faptul că dacă începutul perioadei este marcat de un eveniment în care de obicei semnalul de tact efectuează o tranziție, atunci într-o perioadă de comutăție convertorul trece succesiv prin trei stări topologice. S-ar putea obiecta că putem defini începutul perioadei în aşa fel încât două dintre stările topologice definite anterior să devină adiacente și astfel într-o perioadă să avem două stări topologice. Abordarea trebuie însă raportată la semnalul purtător, mai concret la momentul în care panta acestuia suferă un salt treaptă.

Cele de mai sus au avut în vedere în primul rând convertoare cu un singur intrerupător activ. Dacă ne referim la clasa convertoarelor cu două intrerupătoare active controlate independent toate aceste topologii au în mod inherent trei stări topologice. De exemplu în (Jingquan C., Maksimovic D., Erikson R., 2001), (Cireșan, A., Drăghici, D., Gurbină, M., Lascu, D., 2013) sunt prezentate

convertoare cu caracteristică de tip buck-boost având solicitări reduse ale componentelor, precum și alte arhitecturi noi performante (Lica, S.; Gurbină, M.; Draghici, D.; Iancu, D.; Lascu, D., 2015), (Lica, S. Dragoș, F. Tomoroga, M., Iancu, D., Gurbină, M., Lascu, D., 2015), sau comenzi feed-forward (Chae, S.Y., Hyun, B.C., Kim, W.S., Cho, B.H., 2008), (Zhang, X., Maksimovic, D., 2008). Acestea asigură cerințe minime de stocare a energiei și de aceea au randamente excelente și dimensiuni mici. Toate acestea justifică un studiu al fenomenelor de bifurcație și haos pentru aceste arhitecturi. Trebuie menționat că modul DICM a fost analizat în (Tse, 2003), însă de o manieră ce folosește o trunchiere a seriei Taylor, fapt ce determină imprecizii și calcule laborioase.

(4)

Problema tehnică a invenției constă în elaborarea unei metode prin care, pe baza ecuațiilor matematice ce descriu o funcționare cu trei stări topologice, se determină vectorii de stare la momentele discrete de timp, se stabilește o hartă iterativă, se stabilește matematic punctul static de funcționare (PSF) necesar evaluării celor 23 de derivate parțiale ce compun jacobianul. Jacobianul, oferă certitudinea stabilității sau instabilității după cum valorile sale proprii sau multiplicatorii caracteristici se situează în cercul de rază unitate cu centrul în originea planului complex, respectiv în afara acestuia.

(5)

Metodă de analiză a stabilității convertoarelor DC-DC cu funcționare în trei stări topologice conform invenției înlătură dezavantajele soluțiilor prezentate mai sus ca fiind cunoscute prin aceea că:

Invenția se referă la o metodă matematică absolut originală, exactă prin care se poate determina valoarea unui parametru de lucru (tensiune de intrare, tensiune de referință, curentul inductiv, curent de referință, amplificare diferențială, sau chiar orice componentă electronică a cărei mărime o variem) din convertorul de bază sau bucla de reacție ce face ca un convertor de tensiune DC-DC cu funcționare cu trei stări topologice să treacă de la o funcționare stabilă la alta instabilă prin apariția fenomenului de bifurcație.

(6)

Metodă de analiză a stabilității convertoarelor DC-DC cu funcționare în trei stări topologice conform invenției prezintă următoarele avantaje :

- originală, nu s-a întâlnit în nicio altă publicație;
- general valabilă pentru orice convertor DC-DC cu funcționare DCM;
- exactă pentru că nu s-a făcut nicio aproximare și s-a operat pe un model discret și nu mediat așa cum stabilitatea este certificată prin analiza tradițională cu diagramele Bode;
- rapidă în determinarea stabilității funcționale a unui convertor DC-DC
- validată atât prin simulare cât și experiment, iar erorile relative ale valorii parametrului la care apare bifurcația între cele 3 tehnici nu a depășit 0,82%.

Invenția își atinge maximul de utilitate în proiectarea convertoarelor DC-DC, cu funcționare în trei stări topologice, pentru asigurarea unui regim controlat stabil. Rularea programului Matlab dezvoltat oferă certitudinea unei funcționări stabile, dar poate determina și plaja valorilor mărimilor fizice tensiuni sau curenți precum și plaja valorilor componentelor electronice în care convertorul DC-DC prezintă stabilitate funcțională.

Mai mult decât atât abordarea are o extinsă generalitate. Autorii prezentei invenții au demonstrat că aceasta se poate aplica, cu constrângerile aferente diverselor tipuri de comenzi, și convertoarelor DC-DC ce funcționează chiar și cu patru sau mai multe stări topologice așa cum s-a demonstrat pentru convertorul multifazic ce funcționează CCM cu patru stări topologice [2].

De asemenea metoda propusă nu prezintă nicio legătură între factorii de umplere d_n și h_n așa cum apare aceasta în unele cazuri particulare tratate de către alți autori. Generalitatea metodei este cu atât mai mare cu cât această legătură nu există și factorul h_n aferent conduceției diodei se obține independent de factorul d_n aferent conduceției tranzistorului.

Autorii de asemenea au depășit și bariera creată, în a treia stare topologică, de singularitatea matricei A3 printr-o abordare inovativă și restrângerea vectorului de stare la tensiunea capacativă unde în a treia stare topologică are loc doar o descărcare exponențială a tensiunii condensatorului. Acest ultim aspect este însă valabil doar pentru convertoarele de ordin doi.”

Invenția este validată la final printr-o simulare cu ajutorul programului Caspoc, aplicată pe un convertor boost ce funcționează cu trei stări topologice și suplimentar printr-un circuit experimental care și acesta confirmă rezultatele atât analitice cât și de simulare pentru invenția propusă.

(7)

Se dă în continuare un exemplu de realizare a invenției în legătură cu:

- Figura 1, care reprezintă cele trei stări topologice, cu notațiile aferente, pentru convertoarele DC-DC;
- Figura 2, care reprezintă organograma program pentru determinarea fenomenelor de instabilitate și bifurcație la convertoare ce funcționează cu trei stări topologice;
- Figura 3, care reprezintă convertorul boost DICM cu comandă de tip proporțional;
- Figura 4, care reprezintă schema de simulare în CaspocTM pentru convertorul boost cu pierderi.
- Figura 5, care reprezintă bifurcația apare la $k=1,159$. Grafic de ansamblu (stânga) și detaliu (dreapta).
- Figura 6, care reprezintă forma de undă a curentului (stânga) și portretul de fază (dreapta) pentru $k=1,1$, regim stabil;
- Figura 7, care reprezintă forma de undă a curentului (stânga) și portretul de fază (dreapta) pentru $k=1,2$, bifurcație de perioadă 2;
- Figura 8, care reprezintă schema experimentală a convertorului boost cu control proporțional în tensiune;
- Figura 9, care reprezintă semnalul de set (1), reset (2), tensiunea de ieșire (3), curentul prin bobină (4) prezentate în ordine de sus în jos. Se remarcă funcționarea stabilă la $k=1,08$;
- Figura 10, care reprezintă portretul de fază pentru $k=1,08$, care confirmă stabilitatea convertorului;
- Figura 11, care reprezintă forme de undă pentru $k=1,17$: tensiunea de ieșire(1) și curentul prin inductor (4), cu evidențierea inegalității curenților de vârf pentru două perioade adiacente și dublarea perioadei;
- Figura 12, care reprezintă tensiunea de ieșire și curentul prin inductanță pentru $k=1.20$;
- Figura 13, care reprezintă portretul de fază pentru $k=1.20$, relevă dublarea perioadei;
- Figura 14, care reprezintă instalarea regimului haotic pentru $k=1.50$.

(8)

Metoda propusă conform invenției se aplică pentru analiza a stabilității convertoarelor DC-DC prin identificarea unui parametru de bifurcație, care determină trecerea convertorului dintr-o funcționare stabilă la o funcționare defectuoasă. Parametrii de funcționare ai convertorului sunt monitorizați și o modificare bruscă a unuia dintre ei indică parametrul de bifurcație poate fi: un parametru de lucru (tensiune de intrare, tensiune de referință, curentul inductiv, curent de referință,

amplificare diferențială, sau orice mărime electronică a cărei variație poate fi controlată din convertorul de bază sau bucla de reacție și care face ca un convertor de tensiune DC-DC cu funcționare cu trei stări topologice să treacă de la o funcționare stabilă la alta instabilă.

Aplicarea metodei propuse conform invenției presupune parcurgerea următoarelor etape:

- se folosesc ecuații matematice (model matematic) pentru punerea într-un şablon decizional a funcționării convertoarelor DC-DC cu trei stări topologice,
- se determină vectorii de stare la momentele discrete de timp,
- se stabilește o hartă iterativă,
- se stabilește matematic punctul static de funcționare (PSF) necesar evaluării celor 23 de derivate partiale ce compun jacobianul.
- Jacobianul, oferă certitudinea stabilității sau instabilității după cum valorile sale proprii sau multiplicatorii caracteristici se situează în cercul de rază unitate cu centrul în originea planului complex, respectiv în afara acestuia.

Tehnica reprezentării fenomenelor lumii reale prin limbajul matematicii este cunoscut sub numele de modelare matematică. Pentru a ușura rezolvarea problemelor, se renunță la o parte din parametrii ce descriu procesul. Utilizarea calculatoarelor performante permite o abordare mai exactă prin folosirea în calcul a valorilor mai multor variabile fizice și deci o precizie mai bună în soluțiile oferite în rezolvarea sistemelor dinamice, ce sunt adeseori complexe și descrise de o multitudine de variabile. Se obține astfel, printr-o modelare adecvată și cu ajutorul calculatorului, o precizie mai mare în descrierea și rezolvarea unor probleme din lumea reală. Forma canonică, standard, a unui *model continual* în spațiul stărilor este descrisă prin sistemul de ecuații vectoriale:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, u, t) \\ y = g(x, u, t) \end{cases} \quad (1)$$

Prima ecuație din (1) se numește *ecuație de stare*, iar cea de-a doua este *ecuația de ieșire*. Vectorul $x = [x_1, x_2, \dots, x_k]^T$ este așa numitul *vector al variabilelor de stare* sau prescurtat *vectorul de stare*, unde k este numărul acestora și care definește ordinul sistemului. Vectorul $u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$ este vectorul de intrare, format din surse independente de alimentare, comenzi, perturbații, iar ieșirile - mărimi măsurate, variabile finale de interes - se pot defini prin vectorul: $y = [y_1, y_2, \dots, y_p]^T$. Funcțiile

vectoriale f și g conțin funcții scalare, $f = [f_1, f_2, \dots, f_k]^T$ și $g = [g_1, g_2, \dots, g_p]^T$ depinzând de variabilele de stare scalare, intrările scalare și timp. Astfel, în mod explicit scalar, relația (1) se scrie:

$$\frac{dx}{dt} = \left[\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \dots, \frac{dx_k}{dt} \right]^T = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_k, u_1, u_2, \dots, u_m, t) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_k, u_1, u_2, \dots, u_m, t) \\ \vdots \\ f_k(x_1, x_2, \dots, x_k, u_1, u_2, \dots, u_m, t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Important în analiză este vectorul de stare, deoarece variabilele de stare sunt acele variabile care luate împreună și care dacă se cunoaște evoluția în timp a intrărilor începând cu momentul de timp t_0 permit prognozarea evoluției sistemului după momentul t_0 , desigur numai dacă se cunoaște vectorul de stare la momentul t_0 . Într-un circuit analogic variabilele de stare sunt legate de mecanisme de conservare și stocare a energiei. De aceea variabilele de stare firești sunt curentii sau fluxurile magnetice prin bobine și tensiunile sau sarcinile electrice din capacitate. Într-un context mai general, putem spune că variabilele de stare sunt cele care se obțin prin integrare matematică. De exemplu se știe că:

$$i_L = \frac{1}{L} \int v_L(t) dt \quad : \quad v_C = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt \quad (3)$$

În cazul modelelor *discrete* în spațiul stărilor timpul este discretizat prin eșantionare, de regulă cu perioada sistemului dacă acesta este periodic. Notând $x(nT_s) \stackrel{\text{def}}{=} x_n$, semnalul de intrare $x(t)$ devine $x[n]$ iar $x(t + rT_s)$ se transformă în $x[n+r]$, $r \in N$. Deși prin eșantionare nu se păstrează toate detaliile semnalului continual, această tehnică este foarte utilă în analiza, controlul și calculul numeric și de aceea se utilizează tot mai frecvent. Alegerea frecvenței de eșantionare rămâne esențială în astfel de cazuri tocmai pentru a nu vicia precizia rezultatelor. În situația în care funcțiile f și g nu-l conțin pe t ca și argument explicit modelul se numește *invariant în timp*. Pentru cazul în care ecuația de stare se poate scrie ca și combinație liniară între variabilele de stare și intrări atunci sistemul este *liniar*. De exemplu în cazul unui sistem continual liniar derivata unei variabile de stare scalare se scrie:

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{r=1}^k a_{ir}(t)x_r + \sum_{j=1}^m b_{ij}(t)u_j; \quad i = \overline{1, k} \quad (4)$$

Coeficienții combinației liniare sunt în general funcții de timp. Sintetic un model liniar se poate reprezenta matriceal în forma:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = A(t) \cdot x(t) + B(t) \cdot u(t) \\ y = E(t) \cdot x(t) + F(t) \cdot u(t) \end{cases} \quad (5)$$

Dacă niciun coeficient matriceal nu depinde de timp, adică matricele A, B, E, F sunt constante, atunci sistemul este *liniar și invariant în timp (LTI)*. Sistemul (5), în cazul în care este LTI, devine:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) = E \cdot x(t) + F \cdot u(t) \end{cases} \quad (6)$$

Pentru determinarea soluției în domeniul timp a modelelor dinamice continue, liniare și invariante în timp se aplică transformata Laplace directă pentru sistemul de ecuații (6), se obține:

$$\begin{aligned} sX(s) - X(0) &= AX(s) + BU(s) \\ Y(s) &= EX(s) + FU(s) \end{aligned} \quad (7)$$

Din (7) rezultă:

$$X(s) = (sI - A)^{-1} X(0) + (sI - A)^{-1} BU(s) \quad (8)$$

Din (8) se determină $x(t)$ prin aplicarea transformatei inverse Laplace:

$$x(t) = L^{-1}((sI - A)^{-1} x(0)) + L^{-1}((sI - A)^{-1} BU(s)) \quad (9)$$

unde L^{-1} este transformata Laplace inversă. Se cunoaște că $L^{-1}(sI - A)^{-1} = e^{At}$ este funcția exponențială de matrice. Rezultă:

$$x(t) = e^{At} x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau \quad (10)$$

Alegerea lui zero ca origine a timpului este arbitrară la un sistem LTI, de aceea putem scrie relația (10) într-o formă mai generală, relativ la un moment arbitrar de timp, t_0 :

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau \quad (11)$$

Relația (11) reprezintă soluția generală pentru vectorul de stare al unui model continual LTI în spațiul stărilor. Integrala de conoluție din membrul drept este dificil de calculat dacă intrarea u este variabilă în timp. Dacă însă u este constantă, $u=U$, atunci integrala este ușor de evaluat, obținându-se:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) + \left[\int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} dt \right] BU \quad (12)$$

În integrala definită din (12) facem schimbarea de variabilă $t - \tau = \xi$ și se obține:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \left[\int_0^{t-t_0} e^{A\xi} d\xi \cdot B \right] U \quad (13)$$

Se notează:

$$\begin{cases} \varphi(t) = e^{A(t-t_0)} \\ \psi(t) = \int_0^{t-t_0} e^{A\xi} d\xi \cdot B \end{cases} \quad (14)$$

Cu aceasta, relația (13) se poate scrie sintetic:

$$x(t) = \varphi(t) \cdot x(t_0) + \psi(t) \cdot U \quad (15)$$

În cazul în care matricea A este *nesimală* $\psi(t)$ se poate simplifica astfel:

$$\psi(t) = \int_0^{t-t_0} e^{A\xi} d\xi \cdot B = A^{-1} \left(e^{A(t-t_0)} - I \right) B = A^{-1} [\varphi(t) - I] B \quad (16)$$

iar relația (15) se transformă în:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) + A^{-1} \left(e^{A(t-t_0)} - I \right) B U \quad (17)$$

Aceasta este soluția finală în timp continual care permite găsirea constantei vectorului de stare $x(t)$ în funcție de vectorul de stare inițial $x(t_0)$, vectorul de intrare constant U , precum și de celelalte elemente din arhitectura sistemului ce sunt cuprinse în matricele A și B . Se impune mențiunea ca matricea A să nu fie singulară pentru a fi posibil calculul inversei sale, în caz contrar se va utiliza relația (15) cu $\psi(t)$ și $\varphi(t)$ date de (14).

Se prezintă în continuare metoda exactă și generală de analiză a convertorilor cu trei stări topologice.

Se va investiga *stabilitatea locală*, în jurul unui punct static de funcționare. De aceea pentru acest punct de funcționare tensiunea de alimentare este constantă, V_g . Mai mult admitem că pe durata unei perioade de comutare vectorul de intrare u nu se modifică semnificativ putând fi admis constant. Dat fiindcă discutăm de convertor DC-DC în care în u se include tensiunea continuă de alimentare și surse de tensiune constante provenite din modelarea elementelor semiconductoare, această ipoteză se susține. De aceea înscrierea următoarelor relații u_n a fost tratat ca o constantă pe întreaga durată a celei de-a n -a perioade. Considerând funcționarea cu perioadă constantă T_s vom nota $x_n = x(nT_s)$, deci indexarea se va face după ordinul perioadei. Referindu-ne la perioada de la nT_s la $(n+1)T_s$ notăm cu t_{1n} , t_{2n} , și $T_s - t_{1n} - t_{2n}$ duratele celor trei stări topologice, în succesiunea

enunțată. Deoarece admitem funcționarea cu frecvență constantă, putem norma duratele intervalelor la durata perioadei de comutăție T_s . Astfel fie d_{1n} , d_{2n} duratele relative ale primei, respectiv celei de-a doua stări topologice raportate la perioadă. Este clar că d_{1n} și d_{2n} se pot modifica de la perioadă la perioadă și de aceea au fost indexate după indicele n , ceea ce înseamnă că d_{1n} și d_{2n} sunt variabile de la o perioadă la alta. Fie A_i , B_i matricele de stare aferente stării topologice " i ", $i \in \{1, 2, 3\}$ și corespunzător matricele de tranziție de stare φ_i , ψ_i . Situația este relevată în Figura 5.1.

Dacă notăm cu " p_{bif} " parametrul după care se analizează stabilitatea, ceea ce se dorește este o relație de recurență de forma:

$$x_{n+1} = R(x_n, u_n, p_{bif}) \quad (18)$$

unde, ca și caz particular, p_{bif} poate fi chiar și u_n . O astfel de relație este dificil de obținut pentru valorile curente și de aceea se va deduce una ce leagă relațiile de recurență ce depind de factorii de umplere d_{1n} , d_{2n} , deci de forma:

$$x_{n+1} = g(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) \quad (19)$$

Evident (19) conține suplimentar față de (18) pe d_{1n} și d_{2n} . Eliminarea lor se face scriind ecuațiile care definesc comanda, ecuații de forma:

$$F_1(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = 0 \quad (20)$$

$$F_2(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = 0 \quad (21)$$

Pentru aceasta se liniarizează (19), (20), (21) în jurul unui punct de funcționare care în regim periodic este constant, (X, D_1, D_2, U) și se elimină \hat{d}_{1n} și \hat{d}_{2n} .

În concluzie, trebuie determinate:

- Harta iterativă de tipul (19);
- Legile F_1 și F_2 ce descriu tipul comenzi;
- Harta iterativă de semnal mic de forma (18) liniarizată;

$$\hat{x}_{n+1} = R(\hat{x}_n, \hat{u}_n, \hat{p}_{bif}) \quad (22)$$

- Identificarea jacobianului din (22);
- Calculul punctului static de funcționare (PSF);
- Evaluarea jacobianului în punctul static de funcționare;
- Calculul multiplicatorilor caracteristici și identificarea poziționării lor față de cercul unitate.



Observație: Alegerea PSF trebuie să se facă astfel încât vecinătățile sale să nu fie saturate.

Se detaliază mai jos strategia expusă.

Întrucât F_1 și F_2 depind de legile de comandă, singura care își păstrează nemodificată formă indiferent de comandă este harta iterativă (19) care se va deduce în continuare. Deoarece fiecare stare topologică configurează în convertor un circuit LTI, relațiile din paragraful 5.3 pot fi utilizate pentru obținerea hărții iterative, adică a dependenței lui x_{n+1} în funcție de x_n . Admitând u_n constant pe o perioadă de comutație, se determină pe rând valoarea vectorului de stare la sfârșitul unei stări topologice în funcție de valoarea vectorului de stare de la începutul stării topologice respective. Din cele 3 ecuații astfel obținute, prin două substituții succesive se obține relația ce dă harta iterativă, adică o relație de forma $x((n+1)T_s) = g(x(nT_s))$. Cele de mai sus se transpun matematic astfel:

Pentru primul interval, $t \in [nT_s, nT_s + d_{In}T_s]$, făcând în (11) $t_o = nT_s$ și $t = nT_s + d_{In}T_s$ obținem:

$$x(nT_s + d_{In}T_s) = e^{A_1 d_{In} T_s} \cdot x(nT_s) + \int_0^{d_{In}T_s} e^{A_1 \xi} d\xi \cdot B_1 \cdot u_n \quad (23)$$

Pentru cel de-al doilea interval $t \in [nT_s + d_{In}T_s, nT_s + d_{In}T_s + d_{2n}T_s]$, făcând în (11) $t_o = nT_s + d_{In}T_s$ și $t = nT_s + d_{In}T_s + d_{2n}T_s$ se obține:

$$x(nT_s + d_{In}T_s + d_{2n}T_s) = e^{A_2 d_{2n} T_s} \cdot x(nT_s + d_{In}T_s) + \int_0^{d_{2n}T_s} e^{A_2 \xi} d\xi \cdot B_2 \cdot u_n \quad (24)$$

Pentru cea de-a treia stare topologică, $t \in [(nT_s + d_{In} + d_{2n})T_s, (n+1)T_s]$ făcând în (11) $t_o = nT_s + d_{In}T_s + d_{2n}T_s$ și $t = (n+1)T_s$ se obține:

$$x((n+1)T_s) = e^{A_3 (1 - d_{In} - d_{2n})T_s} \cdot x(nT_s + d_{In}T_s + d_{2n}T_s) + \int_0^{(1 - d_{In} - d_{2n})T_s} e^{A_3 \xi} d\xi \cdot B_3 \cdot u_n \quad (25)$$

Se fac următoarele notații:

86

$$\begin{cases} \varphi_1 = e^{A_1 d_{1n} T_s} \\ \varphi_2 = e^{A_2 d_{2n} T_s} \\ \varphi_3 = e^{A_3 (I - d_{1n} - d_{2n}) T_s} \end{cases} \text{ și } \begin{cases} \psi_1 = \int_0^{d_{1n} T_s} e^{A_1 \xi} d\xi \cdot B_1 \\ \psi_2 = \int_0^{d_{2n} T_s} e^{A_2 \xi} d\xi \cdot B_2 \\ \psi_3 = \int_0^{(I - d_{1n} - d_{2n}) T_s} e^{A_3 \xi} d\xi \cdot B_3 \end{cases} \quad (26)$$

De remarcat că dacă una dintre matricele A_i este nesingulară atunci

$$\psi_i = A_i^{-1} (\varphi_i - I) B_i \quad (27)$$

O altă observație importantă este că la convertoarele ideale ce au întrerupătorul în serie cu sursa de alimentare, matricele ψ_i corespunzătoare stărilor i în care tranzistorul este blocat sunt nule. Într-adevăr, cu tranzistorul serie blocat tensiunea de alimentare nu mai intervine în nici o mărime de stare și ca urmare $B_i = 0$. În consecință, conform (14) sau (26) și $\psi_i = 0$.

Astfel, cu notațiile (26) relațiile (23), (24) și (25) se scriu simplificate:

$$x(nT_s + d_{1n} T_s) = \varphi_1 \cdot x(nT_s) + \psi_1 \cdot u_n \quad (28)$$

$$x(nT_s + d_{1n} T_s + d_{2n} T_s) = \varphi_2 \cdot x(nT_s + d_{1n} T_s) + \psi_2 \cdot u_n \quad (29)$$

$$x((n+1)T_s) = \varphi_3 \cdot x(nT_s + d_{1n} T_s + d_{2n} T_s) + \psi_3 \cdot u_n \quad (30)$$

Prin înlocuirea succesivă a lui $x(nT_s + d_{1n} T_s + d_{2n} T_s)$ din (29) în (30) și apoi a lui $x(nT_s + d_{1n} T_s)$ din (28) în rezultatul obținut, se găsește relația de recurență dorită ce leagă vectorul variabilelor de stare la momentul de început al perioadei $(n+1)T_s$ de cel de la momentul nT_s . Cu notația $x(nT_s) \stackrel{\text{def}}{=} x_n$ se obține:

$$x_{n+1} = \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \cdot x_n + (\varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_3 \psi_2 + \psi_3) \cdot u_n \quad (31)$$

adică tocmai recurență căutată, în care evident comparativ cu (19), se identifică:

$$x_{n+1} = g(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bf}) = \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \cdot x_n + (\varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_3 \psi_2 + \psi_3) \cdot u_n \quad (32)$$

Observație: dependența de d_{1n} și d_{2n} este dată prin matricele de tranziție de stare.

Fie

$$F_I(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bf}) = 0 \quad (33)$$

85

$$F_2(x_n, d_{In}, d_{2n}, u_n, p_{bf}) = 0 \quad (34)$$

ecuațiile rezultate din comandă și modul de funcționare. Reunind cele trei ecuații: (32) – ecuație general valabilă pentru orice convertor cu trei stări topologice și cele două funcții de comandă (33), respectiv (34), rezultă că tripla de ecuații ce guvernează convertorul este:

$$\begin{cases} \hat{x}_{n+1} = g(x_n, d_{In}, d_{2n}, u_n, p_{bf}) \\ F_1(x_n, d_{In}, d_{2n}, u_n, p_{bf}) = 0 \\ F_2(x_n, d_{In}, d_{2n}, u_n, p_{bf}) = 0 \end{cases} \quad (35)$$

Așa cum s-a precizat, subsistemul format din ultimele două ecuații din (35) este dificil de rezolvat pentru necunoscuțele d_{In} , d_{2n} . De aceea vom investiga stabilitatea locală. Prin liniarizarea celor trei ecuații din (35) se obține:

$$\begin{cases} \hat{\dot{x}}_{n+1} = \frac{\partial g}{\partial x_n} \cdot \hat{x}_n + \frac{\partial g}{\partial d_{In}} \cdot \hat{d}_{In} + \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \cdot \hat{d}_{2n} + \frac{\partial g}{\partial u_n} \cdot \hat{u}_n + \frac{\partial g}{\partial p_{bf}} \cdot \hat{p}_{bf} \\ \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \cdot \hat{x}_n + \frac{\partial F_1}{\partial d_{In}} \cdot \hat{d}_{In} + \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \cdot \hat{d}_{2n} + \frac{\partial F_1}{\partial u_n} \cdot \hat{u}_n + \frac{\partial F_1}{\partial p_{bf}} \cdot \hat{p}_{bf} = 0 \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \cdot \hat{x}_n + \frac{\partial F_2}{\partial d_{In}} \cdot \hat{d}_{In} + \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \cdot \hat{d}_{2n} + \frac{\partial F_2}{\partial u_n} \cdot \hat{u}_n + \frac{\partial F_2}{\partial p_{bf}} \cdot \hat{p}_{bf} = 0 \end{cases} \quad (36)$$

Deoarece avem $u_n = U = \text{const}$, rezultă $\hat{u}_n = 0$. Apoi se poate presupune că $\hat{p}_{bf} = 0$, pentru că parametrul p_{bf} , are de fiecare dată o valoare constantă pentru un punct de funcționare. Astfel sistemul de ecuații (36) se restrâng la:

$$\begin{cases} \hat{\dot{x}}_{n+1} = \frac{\partial g}{\partial x_n} \cdot \hat{x}_n + \frac{\partial g}{\partial d_{In}} \cdot \hat{d}_{In} + \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \cdot \hat{d}_{2n} \\ \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \cdot \hat{x}_n + \frac{\partial F_1}{\partial d_{In}} \cdot \hat{d}_{In} + \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \cdot \hat{d}_{2n} = 0 \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \cdot \hat{x}_n + \frac{\partial F_2}{\partial d_{In}} \cdot \hat{d}_{In} + \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \cdot \hat{d}_{2n} = 0 \end{cases} \quad (37)$$

Pentru evaluarea derivatelor parțiale ale funcției g se ține cont de definiția matricelor de tranziție definite în (26) ale căror derivate parțiale evaluate în PSF sunt:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_1}{\partial d_{In}} = T_s A_1 \varphi_1 \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial d_{2n}} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial \varphi_2}{\partial d_{In}} = 0 \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial d_{2n}} = T_s A_2 \varphi_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial \varphi_3}{\partial d_{In}} = -T_s A_3 \varphi_3 \\ \frac{\partial \varphi_3}{\partial d_{2n}} = -T_s A_3 \varphi_3 \end{cases} \quad (38)$$

86

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi_1}{\partial d_{1n}} = T_s \varphi_1 B_1 \\ \frac{\partial \psi_1}{\partial d_{2n}} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial \psi_2}{\partial d_{1n}} = 0 \\ \frac{\partial \psi_2}{\partial d_{2n}} = T_s \varphi_2 B_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial \psi_3}{\partial d_{1n}} = -T_s \varphi_3 B_3 \\ \frac{\partial \psi_3}{\partial d_{2n}} = -T_s \varphi_3 B_3 \end{cases} \quad (39)$$

iar din (32) se găsesc derivatele parțiale căutate:

$$\frac{\partial g}{\partial x_n} = \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \quad (40)$$

$$\frac{\partial g}{\partial d_{1n}} = T_s \varphi_3 [(\varphi_2 A_1 - A_3 \varphi_2) \varphi_1 x_n + (\varphi_2 \varphi_1 B_1 - A_3 \varphi_2 \psi_1 - A_3 \psi_2 - B_3) u_n] \quad (41)$$

$$\frac{\partial g}{\partial d_{2n}} = T_s \varphi_3 [(A_2 - A_3) \varphi_2 \varphi_1 x_n + (A_2 \varphi_2 \psi_1 - A_3 \varphi_2 \psi_1 - A_3 \psi_2 + \varphi_2 B_2 - B_3) u_n] \quad (42)$$

Dacă ultimele două ecuații ale sistemului (37) se privesc ca un subsistem în care necunoscutele sunt \hat{d}_{1n} și \hat{d}_{2n} , rezolvarea acestuia, prin substituții succesive, conduce la:

$$\hat{d}_{1n} = \left[\frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left(\frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[\frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left(\frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] \hat{x}_n \quad (43)$$

$$\hat{d}_{2n} = \left\{ \left(\frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \left[\frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left(\frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[\frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left(\frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] - \left(\frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right\} \hat{x}_n \quad (44)$$

Prin introducerea valorilor lui \hat{d}_{1n} și \hat{d}_{2n} din (43) și (44) în prima ecuație din sistemul (37) se obține harta iterativă de semnal mic dorită:

$$\hat{x}_{n+1} = \left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial g}{\partial x_n} + \frac{\partial g}{\partial d_{1n}} \left[\frac{\partial l'_1}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial l'_1}{\partial d_{2n}} \left(\frac{\partial l'_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial l'_2}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[\frac{\partial l'_1}{\partial d_{2n}} \left(\frac{\partial l'_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial l'_2}{\partial x_n} - \frac{\partial l'_1}{\partial x_n} \right] + \\ & + \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \left[\frac{\partial l'_2}{\partial d_{2n}} \left(\frac{\partial l'_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial l'_2}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial l'_1}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[\frac{\partial l'_1}{\partial d_{2n}} \left(\frac{\partial l'_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial l'_2}{\partial x_n} - \frac{\partial l'_1}{\partial x_n} \right] - \left(\frac{\partial l'_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial l'_2}{\partial x_n} \end{aligned} \right\} \hat{x}_n \quad (45)$$

Se identifică din recurența (45) jacobianul:

$$J_g(x) = \left. \begin{aligned} & \frac{\partial g}{\partial x_n} + \frac{\partial g}{\partial d_{1n}} \left[\frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left(\frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[\frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left(\frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] + \\ & + \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \left[\left(\frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \left[\frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left(\frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[\frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left(\frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] - \left(\frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right] \end{aligned} \right\}_{PSI} \quad (46)$$

unde derivatele parțiale ale funcției g sunt date de relațiile (40), (41) și (42)

Problema care rămâne de rezolvat este calculul și evaluarea derivatelor parțiale în punctul static de funcționare – PSF.

S-a văzut că evaluarea derivatelor parțiale trebuie făcută în punctul static de funcționare în jurul căruia se liniarizează. Convertoarele DC-DC fiind sisteme periodice în cazul unui model discret soluția PSF este una constantă. Fie (U, D_1, D_2) tripla intrărilor și X soluția constantă de stare staționară a vectorului de stare.

Deci în stare staționară $x_{n+1} = x_n = X$, $u_n = U$ iar matricele ϕ_i și ψ_i sunt evaluate atunci când factorii de umplere d_{1n} , d_{2n} sunt constanți, egali cu D_1 respectiv D_2 . În particular și soluția de stare staționară verifică relația de recurență (31) și constrângerile (33), (34), ceea ce înseamnă că pentru găsirea PSF trebuie rezolvat sistemul:

$$\begin{cases} X = \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1 \cdot X + (\Phi_3 \Phi_2 \Psi_1 + \Phi_3 \Psi_2 + \Psi_3) \cdot U \\ F_1(X, D_1, D_2, U, p_{bf}) = 0 \\ F_2(X, D_1, D_2, U, p_{bf}) = 0 \end{cases} \quad (47)$$

Din prima ecuație din (47) rezultă:

$$X = (I - \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1)^{-1} \cdot (\Phi_3 \Phi_2 \Psi_1 + \Phi_3 \Psi_2 + \Psi_3) U \quad (48)$$

Așadar soluția de stare staționară este reprezentată de sistemul de trei ecuații

$$\begin{cases} X = (I - \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1)^{-1} \cdot (\Phi_3 \Phi_2 \Psi_1 + \Phi_3 \Psi_2 + \Psi_3) U \\ F_1(X, D_1, D_2, U, p_{bf}) = 0 \\ F_2(X, D_1, D_2, U, p_{bf}) = 0 \end{cases} \quad (49)$$

Matricele de tranziție ϕ_i și ψ_i sunt date de (50):

$$\begin{cases} \Phi_1 = e^{A_1 D_1 T_s} \\ \Phi_2 = e^{A_2 D_2 T_s} \\ \Phi_3 = e^{A_3 (I - D_1 - D_2) T_s} \end{cases} \text{ și } \begin{cases} \Psi_1 = \int_0^{D_1 T_s} e^{A_1 \xi} d\xi \cdot B_1 \\ \Psi_2 = \int_0^{D_2 T_s} e^{A_2 \xi} d\xi \cdot B_2 \\ \Psi_3 = \int_0^{(I - D_1 - D_2) T_s} e^{A_3 \xi} d\xi \cdot B_3 \end{cases} \quad (50)$$

Cele trei necunoscute sunt (D_1, D_2, X). Este interesant de remarcat că cele două constrângeri sunt exprimate prin relații scalare în timp ce recurența este una de tip vectorial, necunoscutele fiind și ele două scalare (D_1, D_2) și una vectorială (X). Sistemul este de tip transcendent, pentru că de exemplu D_1 apare la exponent dar și liniar. Rezolvarea sa se face cu metode numerice. În cercetările făcute de autor soluția sistemului s-a dovedit a fi întotdeauna unică.

Aplicarea metodei generalizate propuse

Cele 9 derivate parțiale necesare pentru a putea determina jacobianul din (46) trebuie evaluate în PSF, care se determină în prealabil. Evaluarea derivatelor parțiale se efectuează succesiv, la fiecare pas de incrementare a parametrului de bifurcație după ce programul determină valorile D_1 și D_2 , apoi vectorul de stare staționară X și astfel devine posibilă calcularea matricelor de tranziție, iar în final jacobianul și multiplicatorii caracteristici. Organograma de aplicare a metodei propuse este prezentată în Fig.2.

Ecuția (46) este riguros exactă, cu grad ridicat de generalitate, fiind **aplicabilă oricărui convertor** ce funcționează cu trei stări topologice în stare staționară.

Există situații particulare în care între factorii de umplere d_{1n} și d_{2n} se poate stabili o relație simplă, de obicei în aceasta apărând factorul de umplere al comenzi d_n . Mai concret, fiecare dintre factorii de umplere d_{1n} și d_{2n} se poate exprima numai în funcție de d_n și parametrii constanți ai schemei. În acest caz se elimină o relație de constrângere și relațiile generale se simplifică substanțial.

Evident variabila după care se calculează derivatele parțiale va fi \hat{d}_n . Exemplul tipic este cazul eșantionării uniforme și purtătoare triunghiulară, așa cum se va vedea în capitolul următor. Dacă însă se utilizează o eșantionare naturală atunci relația dintre d_{1n} și d_{2n} este dificil de dedus și variabilele după care se face derivarea rămân d_{1n} și d_{2n} .

Algoritmul expus în acest capitol se poate generaliza natural la structuri de convertoare cu patru, cinci sau mai multe stări topologice, desigur implicând calcule mai laborioase, în special la

determinarea jacobianului. De multe ori însă anumite simetrii în funcționarea convertorului permit ca analiza directă să fie mult mai simplă, aşa cum este la convertoarele multifazice.

Se poate determina și a doua dublare de perioadă (periodicitate 4) iar aceasta apare atunci când cel puțin un multiplicator caracteristic al jacobianului dat de $J_{g \otimes g}(X)$ devine în modul supraunitar.

Calcularea valorii variabilei independente notate cu p_{bif} la care apare a doua bifurcație se face cu un algoritm similar, atunci când însă se operează cu $J_{g \otimes g}(X)$.

Simularea și experimentul pentru convertor boost cu comandă în tensiune de tip proporțional, eșantionare naturală și uniformă, cu amplificarea diferențială ca parametru de bifurcație confirmă rezultatele analitice efectuate. Schema convertorului boost DICM cu *eșantionare naturală*, cu comandă de tip proporțional este prezentată în Fig.3. Parametrul de bifurcație este amplificarea k , deci $p_{bif}=k$. S-a notat cu R_{on} rezistența în conducție a tranzistorului și cu V_D căderea de tensiune pe dioda în conducție. Elementele de pierderi R_{on} și V_D au fost luate în considerație pentru a avea un model cât mai apropiat de cel experimental, ce va fi expus la sfârșitul acestui paragraf.

Vectorul de stare a fost definit ca $x = [i_L \ v_C]^T$, iar vectorul de intrare ca $u = [V_g \ V_D]^T$. Matricele de stare corespunzătoare acestor definiții sunt:

$$\begin{aligned} A_{on} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_{on}}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; A_{off} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; \\ B_{on} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_{off} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (51)$$

S-a precizat anterior faptul că modul general de analiză presupune și găsirea funcției F_I și determinarea derivatelor sale parțiale care intervin în calculul jacobianului. Așa cum reiese din Fig.3, tensiunea de comandă se compară cu un dintre de fierastrău crescător de valoare minimă V_L și valoare maximă V_U . Ecuația care furnizează factorul de umplere d_n se obține impunând ca tensiunea dintrelui de fierastrău v_{saw} să egaleze tensiunea de comandă, v_{con} , la momentul $(nT_s + d_n T_s)$:

$$v_{ramp}(nT_s + d_n T_s) = v_{con}(nT_s + d_n T_s) \quad (29)$$

Exprimând pe v_{saw} în funcție de parametrii rampei rezultă:

$$v_{ramp}(nT_s + d_n T_s) = (V_U - V_L)d_n + V_L \quad (30)$$



Tensiunea de comandă conform schemei din Fig.3 este:

$$v_{con}(nT_s + d_n T_s) = k \cdot [V_{ref} - v_C(nT_s + d_n T_s)] \quad (31)$$

Înlocuind (30) și (31) în (29), aceasta devine:

$$k \cdot [V_{ref} - v_C(nT_s + d_n T_s)] - (V_U - V_L)d_n - V_L = 0 \quad (32)$$

La rândul său, fiind variabilă de stare, v_C se poate exprima în funcție de vectorul de stare x ca $V_{exv}x(t)$, astfel că relația (32) se rescrie în forma (33):

$$k \cdot [V_{ref} - V_{exv} \cdot x(nT_s + d_n T_s)] - (V_U - V_L)d_n - V_L = 0 \quad (33)$$

unde V_{exv} este un vector linie ce extrage tensiunea capacativă din vectorul de stare.

Deoarece funcția F_I îl cere pe x_n ca argument, exprimăm pe $x(nT_s + d_n T_s)$ în funcție de x_n . Astfel relația (33) devine:

$$k \cdot [V_{ref} - V_{exv} \cdot (\varphi_I x_n + \psi_I u_n)] - (V_u - V_L)d_n - V_L = 0 \quad (34)$$

Din (34) se identifică imediat funcția F_I :

$$F_I(x_n, d_n, h_n, u_n, k) = k \cdot [V_{ref} - V_{exv} \cdot (\varphi_I x_n + \psi_I u_n)] - (V_u - V_L)d_n - V_L \quad (35)$$

Corespunzător, derivatele parțiale ale lui F_I sunt:

$$\frac{\partial F_I}{\partial x_n} = -k V_{exv} \varphi_I \quad (36)$$

$$\frac{\partial F_I}{\partial d_n} = -k T_s V_{exv} \varphi_I (A_I x_n + B_I u_n) - (V_u - V_L) \quad (37)$$

$$\frac{\partial F_I}{\partial h_n} = 0 \quad (38)$$

Împreună cu relațiile (14)-(19), jacobianul poate fi calculat și rezultă:

$$J_g(x) = \frac{\partial g}{\partial x_n} - \frac{\partial g}{\partial d_n} \left(\frac{\partial F_I}{\partial d_n} \right)^{-1} \frac{\partial F_I}{\partial x_n} + \frac{\partial g}{\partial h_n} \left[\left(\frac{\partial F_2}{\partial h_n} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_n} \left(\frac{\partial F_I}{\partial d_n} \right)^{-1} \left(\frac{\partial F_I}{\partial x_n} \right) - \left(\frac{\partial F_2}{\partial h_n} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right]_{PSF} \quad (39)$$

Punctul static de funcționare se obține cu ajutorul relațiilor (27) în care F_I se evaluează folosind (35). Se obține:

$$\begin{cases} X = \left[I - e^{(I-D-H)\frac{T_s}{RC}} \Phi_2 \Phi_I \right]^{-1} (\Phi_2 \Psi_I + \Psi_2) U \\ F_1(X, D, H, U, k) = k \cdot [V_{ref} - V_{exv} \cdot (\Phi_I X + \Psi_I U)] - (V_u - V_L) D - V_L = 0 \\ F_2(X, D, H, U, k) = V_{exi} [\Phi_2 \Phi_I X + (\Phi_2 \Psi_I + \Psi_2) \cdot U] = 0 \end{cases} \quad (40)$$

Parametrii convertorului analizat sunt:

$V_g=16V$; $V_{ref}=22V$; $C=220\mu F$; $T=333,33\mu s$; $R=78\Omega$; $L=1209\mu H$; $R_{on}=0,2\Omega$, $R_L=0,1\Omega$,
 $V_D=0,4V$; $V_U=3,5V$; $V_L=0,7V$;

Programul Matlab aferent acestei analize se regăsește în *boost_DCM_real.m* cu *functie_boost_DCM.m* ca funcție aferentă.

Tabelul 1. conține o prezentare a rezultatelor furnizate de programul Matlab. Se poate remarcă că pentru $k = 1,158894$ o singură valoare proprie reală, negativă părăsește cercul unitate. Acest scenariu este tipic dublării perioadei de funcționare (Banerjee, S., Verghese, G.C., 2001), (Tse, C.K., 1994). Această evoluție se va confirma în continuare în cadrul simulării dar și al experimentului.

Tabelul 1. Evoluția valorilor proprii obținute prin noua metodă propusă la modificarea amplificării diferențiale.

| Amplificare k | Valoare proprie 1 | Valoare proprie 2 | Observații |
|--------------------|----------------------|----------------------|-------------------|
| 1,1560 | -0,9945 | 0,0000 | stabil |
| 1,1570 | -0,9964 | 0,0000 | stabil |
| 1,1580 | -0,9983 | 0,0000 | stabil |
| 1,158894 | -1,0000 | 0,0000 | Bifurcație |
| 1,1600 | -1,0020 | 0,0000 | Bifurcație |
| 1,2000 | -1,0775 | 0,0000 | Bifurcație |
| 1,3000 | -1,2715 | 0,0000 | Bifurcație |

Pentru a valida teoria dezvoltată și implementată în Matlab, simularea convertorului supus analizei s-a realizat utilizând pachetul Caspoc™. Pentru rezultate corecte, variația parametrului de bifurcație trebuie să fie făcută foarte lent în raport cu dinamica convertorului, astfel încât funcționarea să fie o secvență de stări cvasistacionare. Dacă nu se respectă această constrângere vor putea apărea procese tranzitorii semnificative iar diagrama de bifurcație nu va mai fi cea corectă. În cazul analizat k s-a modificat în plaja de la 1,1 la 1,3 în timp de o secundă. Schema de simulare este prezentată în Figura 4.

Diagrama de bifurcație rezultată în urma simulării este cea din Figura 10 și afișează valorile lui k pe axa x iar tensiunea de ieșire eșantionată este pe axa y .

În Figura 5 se remarcă cu claritate fenomenul de bifurcație cu dublarea perioadei și apoi bifurcația cu perioadă 4. Prima bifurcație apare la valoarea $k = 1,159$, această valoare obținută, fiind foarte aproape de soluția exactă prognozată cu programul Matlab: $k = 1,158894$. Eroarea relativă dintre metoda analitică și simulare este de doar 0,0092%, ceea ce confirmă corectitudinea considerațiilor teoretice.

Pe graficul din Figura 5, stânga se relevă de asemenea faptul că pentru valoarea aproximată $k = 1,215$ mai apare câte o bifurcație pe fiecare ramură deci există periodicitate 4. Pentru $k=1,1$, sub valoarea critică obținută anterior, în Figura 6a se poate observa forma de undă a curentului prin bobină precum și funcționarea în regimul DICM stabil. În dreapta este trasat portretul de fază, adică reprezentarea curentului prin inductanță în raport cu tensiunea pe capacitatea de filtrare. Ambele grafice certifică stabilitatea și periodicitatea cu frecvența rampei a convertorului boost pentru această valoare a amplificării diferențiale.

În Figura 7, la valoarea $k=1,2$, se observă schimbarea majoră a formei de undă a curentului dar și a portretului de fază. Ambele grafice relevă apariția fenomenului de dublare a perioadei rampei deci apariția subarmonicii de perioadă 2.

Schema experimentală este prezentată în Figura 8. Forma de undă a dintelui de fierastrău este tensiunea ce se regăsește pe condensatorul C care împreună cu P_2 impune frecvența de funcționare a circuitului SG3524 și implicit frecvența de comutație a convertorului boost. Cei doi pini de ieșire ai circuitului SG3524 (11 și 14) sunt conectați în paralel, asigurând impulsurile scurte de setare a bistabilului. Circuitul IC2 este un amplificator operațional de tipul LM 318 și este folosit pentru a amplifica aceste impulsuri scurte, astfel încât să depășească pragul de comutare al intrării de set a bistabilului. Semnalul de resetare pentru bistabil este furnizat de comparatorul LM311 reprezentat



de IC3. Frecvența de comutație este de 3 kHz , identică cu cea folosită în calculul analitic și în simulare.

Circuitul integrat $IC1$, realizat cu AO de tipul LF356 implementează un amplificator diferențial clasic. Rezistențele notate de la R_1 la R_4 impun valoarea amplificării k . Potențiometrul dublu R_1 - R_3 din Figura 8 asigură parcurgerea plajei pentru modificarea parametrului de bifurcație exact în intervalul $(1,08; 2,16)$.

Tensiunea V_{con} la intrarea în comparatorul LM311, la momentul basculării comenzi, este aceeași cu ieșirea de la amplificatorul operațional LF356. De aceea tensiunea de comandă se obține din relația:

$$V_{con} = \left(1 + \frac{R_2}{R_{11} + R_{1p}} \right) \frac{R_4}{R_4 + R_{31} + R_{3p}} V_{ref} - \frac{R_2}{R_{11} + R_{1p}} V_{out} \quad (41)$$

Se cunoaște că condiția de a avea o amplificare strict diferențială, adică $V_{con} = k(V_{ref} - V_{out})$, este:

$$R_4 \cdot (R_{1p} + R_{11}) = R_2 \cdot (R_{3p} + R_{31}) \quad (42)$$

În acest caz factorul de amplificare k este:

$$k = \left(1 + \frac{R_2}{R_{11} + R_{1p}} \right) \frac{R_4}{R_4 + R_{31} + R_{3p}} = \frac{R_2}{R_{11} + R_{1p}} \quad (43)$$

În Figura 8 este prezentat comportamentul sistemului pentru $k = 1,08$ (valoare rezultată din relația (43) prin măsurarea rezistențelor cu ohmmetrul la o poziție de capăt a cursorului potențiometrului dublu. Teoria dezvoltată prognosează pentru această valoare o funcționare stabilă în Matlab confirmată și în simulare. Acest aspect este validat acum și experimental de către formele de undă din Figura 9, unde toate semnalele au perioada egală cu a semnalului de tact. La curentul prin inductanță se observă cu claritate modul de conducție discontinuu. Portretul de fază este reprezentat în Figura 10, confirmând, o dată în plus, o funcționare stabilă.

Prin creșterea progresivă lentă a valorii amplificării diferențiale se observă cum formele de undă la două perioade adiacente a semnalului de tact se modifică și din identice devin diferite, Figura 11. Pentru $k = 1,17$ se remarcă cum formele de undă ale tensiunii de ieșire au maxime diferite pentru două perioade adiacente și la fel și curentul prin bobină are maxime diferite chiar dacă pantele de creștere respectiv de descreștere sunt aceleași pentru două perioade adiacente. Practic



durata celei de-a treia stări topologice diferă de la o perioadă la alta. Dacă la paragraful anterior s-a obținut analitic și prin simulare că pentru $k = 1,159$ apare bifurcația, Figura 11 arată că pentru $k = 1,17$, ușor mai mare decât pragul $k = 1,159$ există deja instalată bifurcația cu dublarea perioadei. Deci bifurcația în modul experimental apare cu puțin înainte de valoarea $k = 1,17$. Chiar și cu această valoare superioară eroarea relativă este de doar $0,94\% < 1\%$. Experimentul realizat validează cu mare acuratețe metoda matematică propusă.

Crescând mai departe valoarea amplificării la $k=1,20$ dublarea perioadei este revelată în Figura 12 (perioada a crescut de la $333\mu s$ la $666\mu s$). Interesant este faptul că într-una dintre perioade funcționarea este la limita CCM-DICM. În Figura 13 este prezentat portretul de fază care confirmă și acesta dublarea de perioadă și apariția subarmonicilor. Creșterea în continuare a factorului de amplificare diferențială determină instabilitatea accentuată a convertorului boost care intră în regim haotic. Figura 14 ilustrează regimul haotic instalat pentru $k=1,5$.

Bibliografie

- [1] Gurbină, M.; Cireşan, A.; Lascu, D.; Lica, S.; Pop-Calimanu I-M., , "A New Exact Mathematical Approach for Studying Bifurcation in DCM Operated dc-dc Switching Converters," Energies; <https://doi.org/10.3390/en11030663>, vol. 11, no. 3, pp. 1-25, 2018.
- [2] Gurbină, M.; Pop-Călimanu, I-M.; Lascu, D.; Lica, S.; Cireşan, A., , "Exact Stability Analysis of a Two-Phase Boost Converte," in 41st International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP), Atena, 2018.
- [3] C. K. Tse, Complex Behavior of Switching Power Converters, New-York: 1st Edition CRC Press, 2003..
- [4] C. Tse, "Chaos from buck Switching Regulator operating in Discontinuous Mode," Internatianal Journal of Circuits theory and Aplicattions, vol. 22, no. 4, pp. 263-278, 1994..
- [5] Banerjee, S.,Verghese, G.C., Nonlinear Phenomena in Power Electronics, Wiley, Hoboken: IEEE Press, 2001.
- [6] Invenția US2012249106A1 intitulată "Stability Methods and Structures for Current-Mode Dc-Dc Voltage Converters".
- [7] Invenția US2014292288A1 intitulată " Average Current Mode (ACM) Control for Switching Power Converters".
- [8] Invenția US2012249106 intitulată " Stability Methods And Structures For Current-Mode Dc-Dc Voltage Converters".
- [9] Invenția CN103414471A, intitulată "Method for improving measurement stability of integral nonlinearity and differential nonlinearity of D/A converter ".



(9)

Revendicări

Invenția este o soluție matematică exactă și generală prin care se poate determina valoarea unui parametru de lucru la care un convertor de tensiune DC-DC cu funcționare cu trei stări topologice trece granița de la o funcționare stabilă la alta instabilă prin apariția fenomenului de bifurcație. Metoda este generală și exactă și poate fi aplicată cu succes pentru oricare alt convertor chiar și în modul CCM ce funcționează cu o modulație obținută prin compararea tensiunii de control cu orice formă de undă triunghiulară.

Proiectarea pentru asigurarea stabilității prin aplicarea acestei soluții se poate face utilizând ca resurse doar programul de calcul matematic Matlab (sau oricare altul) fără a impune costuri suplimentare. Mai mult acest program dezvoltat permite o analiză exactă considerând orice parametru de lucru al convertorului ca parametru de bifurcație.

Metoda sau soluția implementată este general valabilă. Aceasta a fost aplicată cu succes pe mai tipuri de convertoare comandate prin cele mai diverse tehnici atât în funcționarea CCM la convertoarele cu modulație triunghiulară (altele decât cele cu modulație în dinte de fierastrău) cât și la convertoarele DCM. Mai mult tehnica se poate extinde la patru stări topologice sau mai multe așa cum autorii au demonstrat și pentru un convertor multifazic cu patru stări topologice [2].

De asemenea invenția propusă nu prezintă nicio legătură între factorii de umplere d_n și h_n așa cum apare aceasta în unele cazuri particulare tratate de către alți autori. Generalitatea metodei este cu atât mai mare cu cât această legătură nu există iar factorul h_n aferent conducedei diodei se obține independent de factorul d_n aferent conducedei tranzistorului.

Autorii de asemenea au depășit și bariera creată, de a treia stare topologică, de singularitatea matricei A3 printr-o abordare inovativă și restrângerea vectorului de stare la tensiunea capacativă unde în a treia stare topologică are loc doar o descărcare exponențială a tensiunii condensatorului. Acest ultim aspect este însă valabil doar pentru convertoarele de ordin doi.

43

Figuri

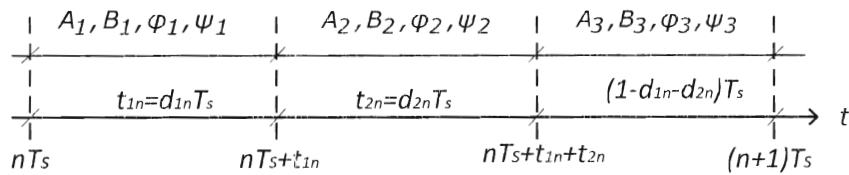


Figura 1

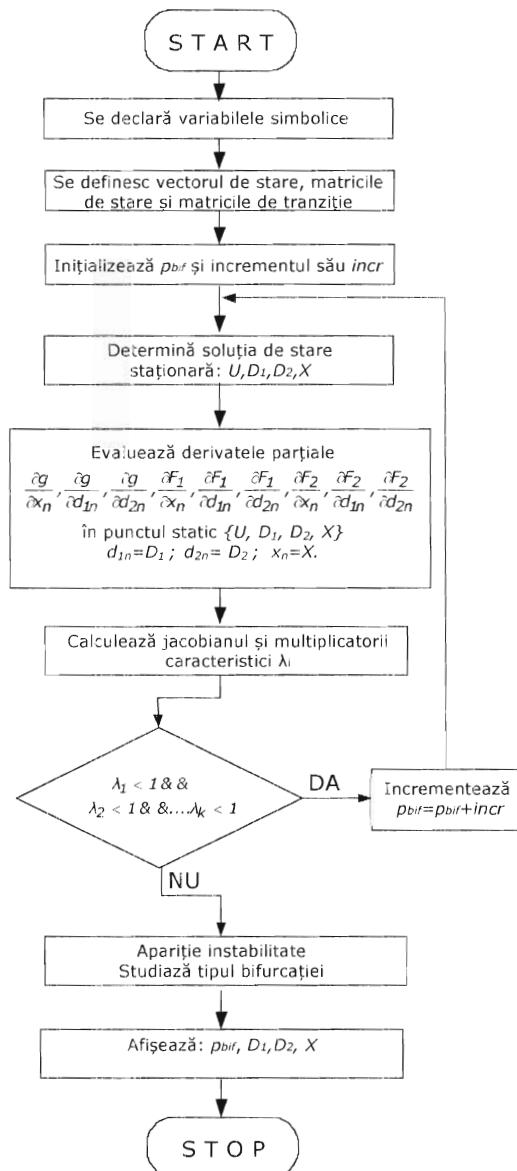


Figura 2

42

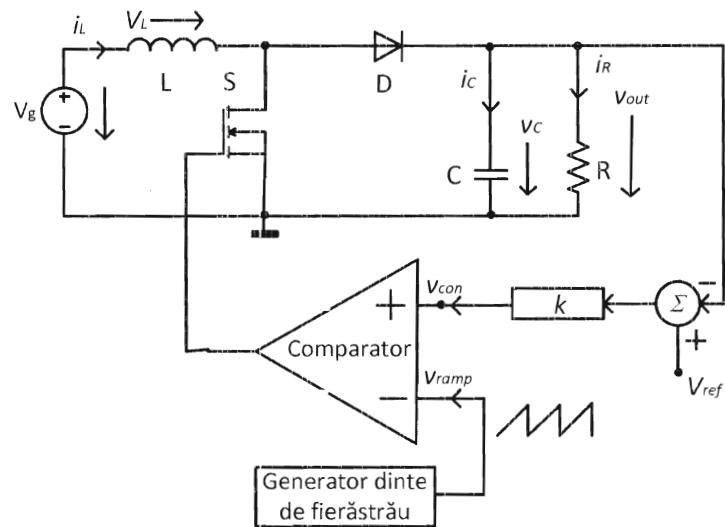


Figura 3

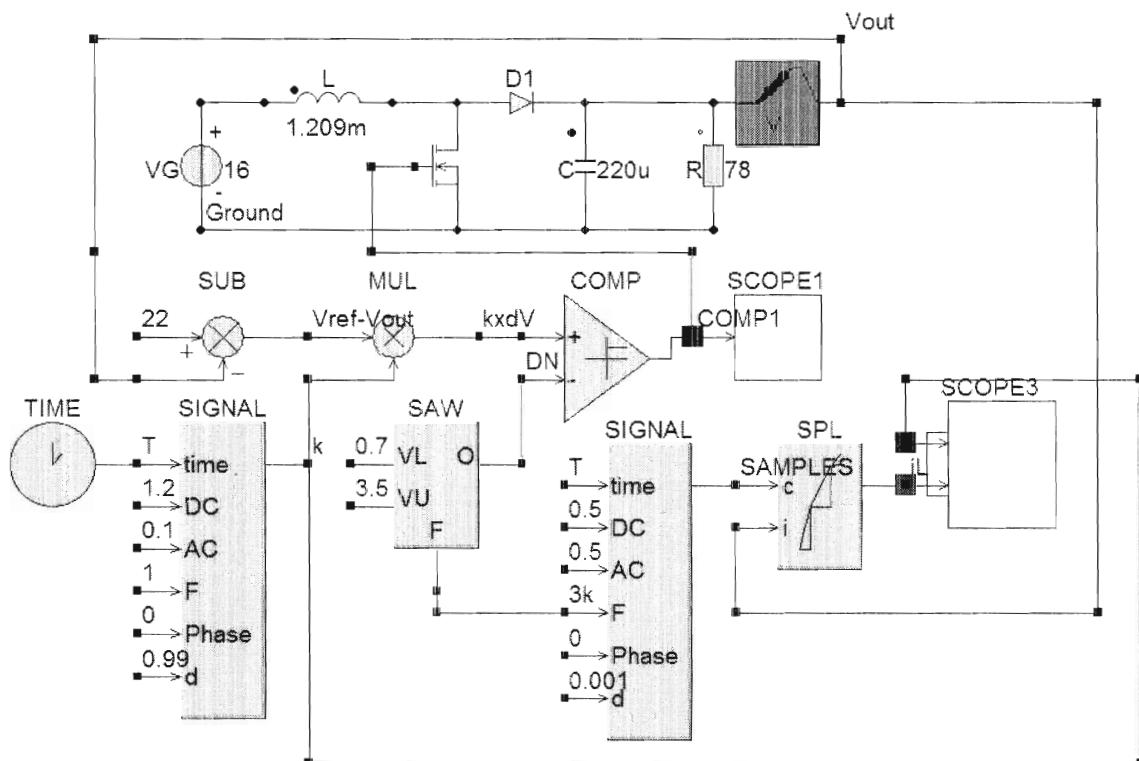


Figura 4

71

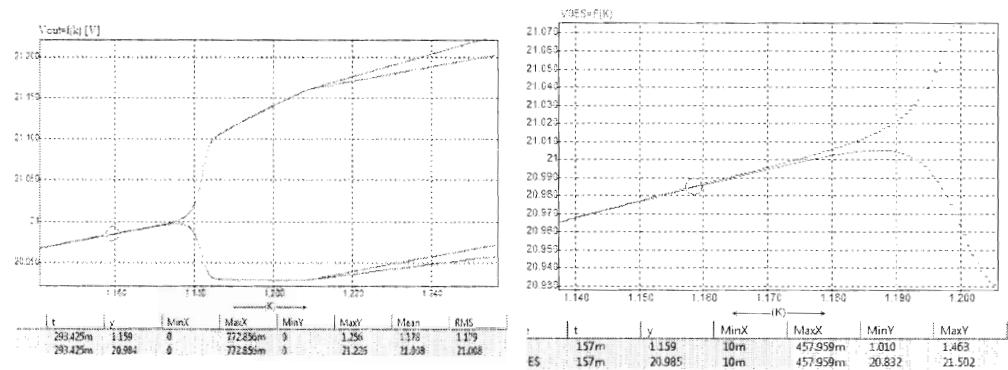


Figura 5

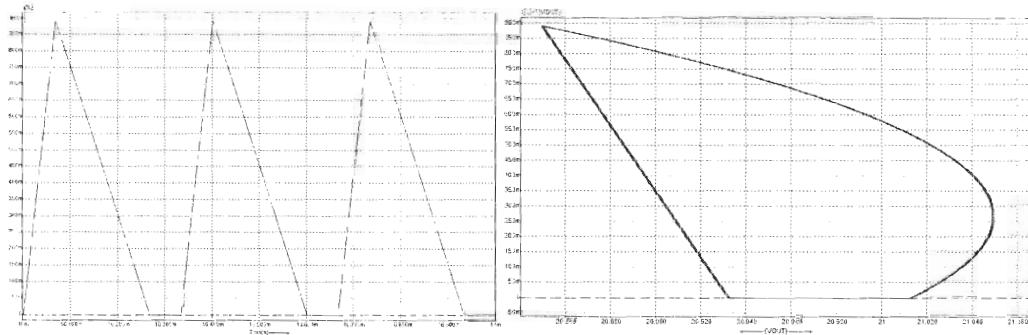


Figura 6

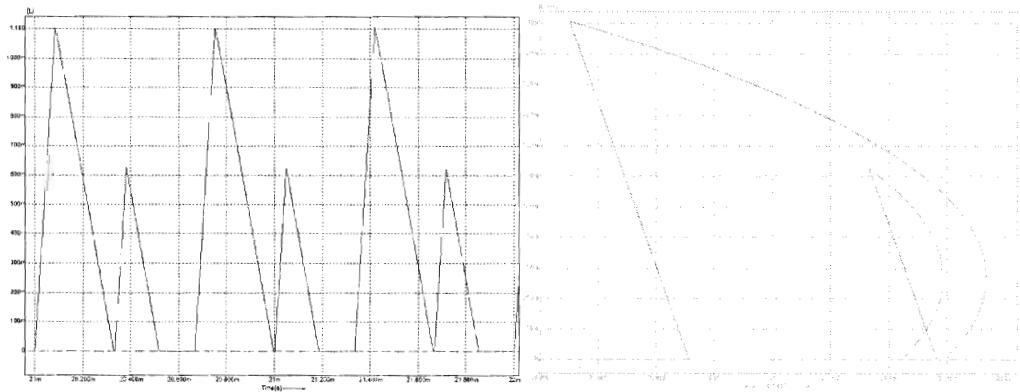


Figura 7

70

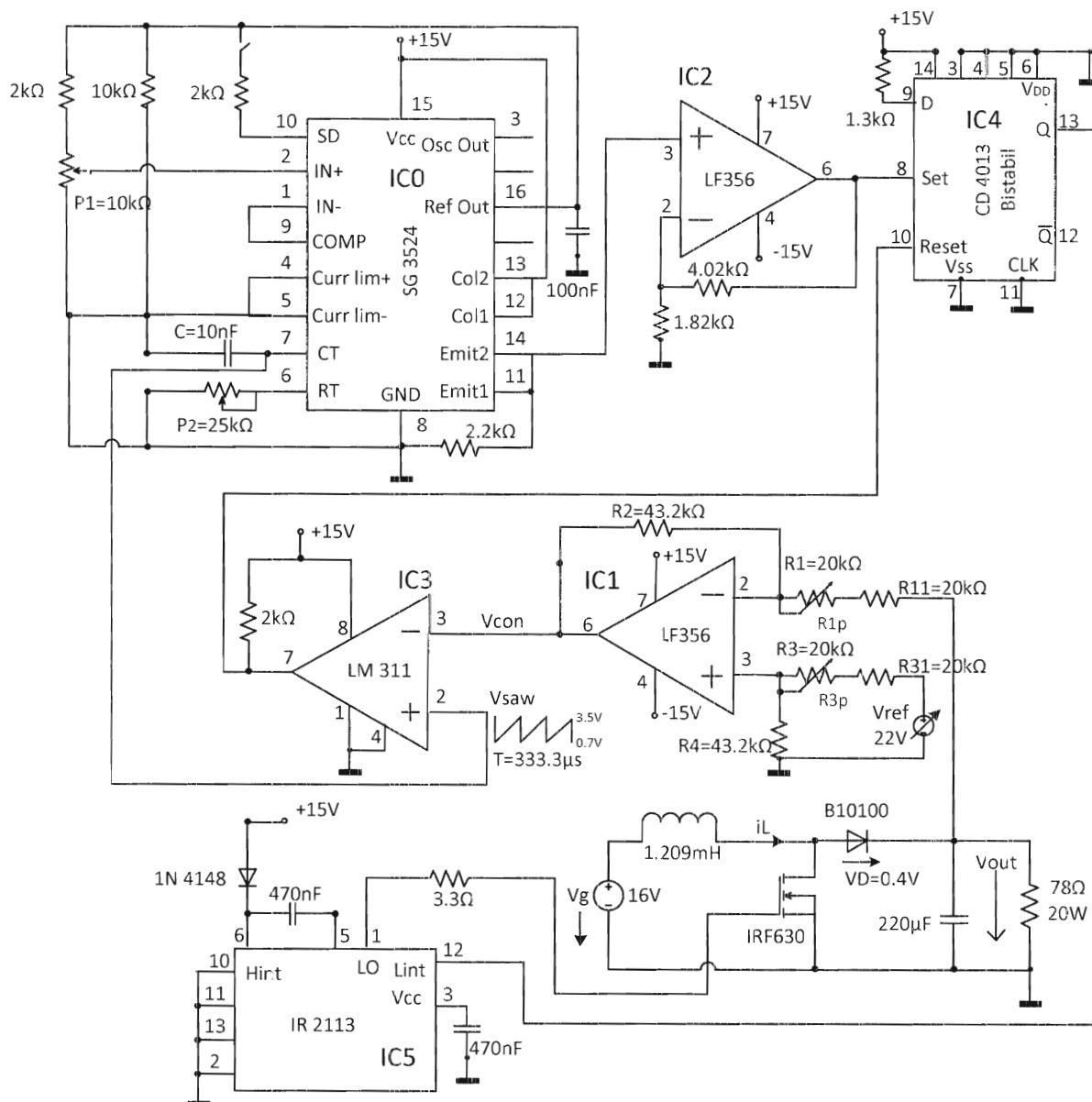


Figura 8

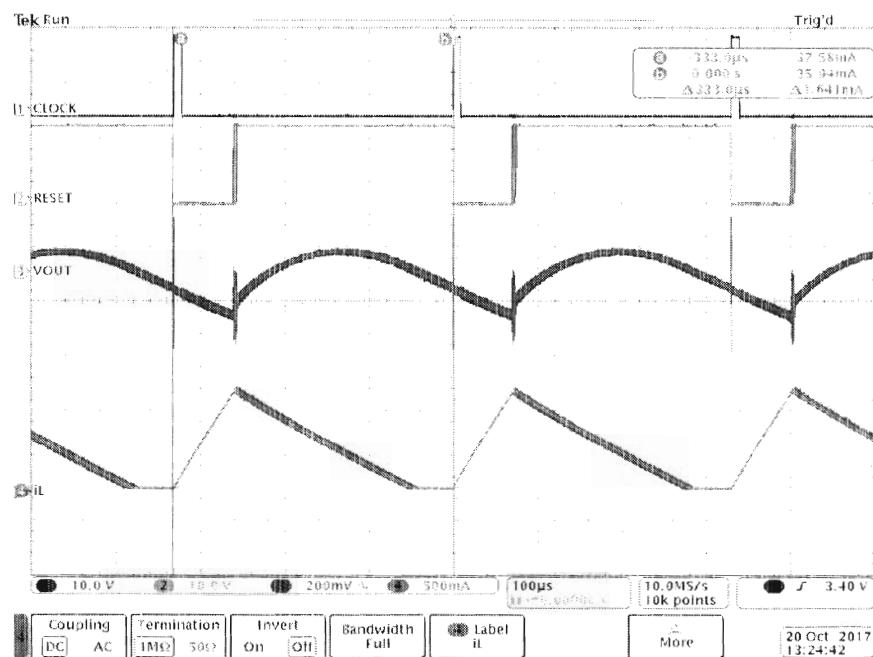


Figura 9

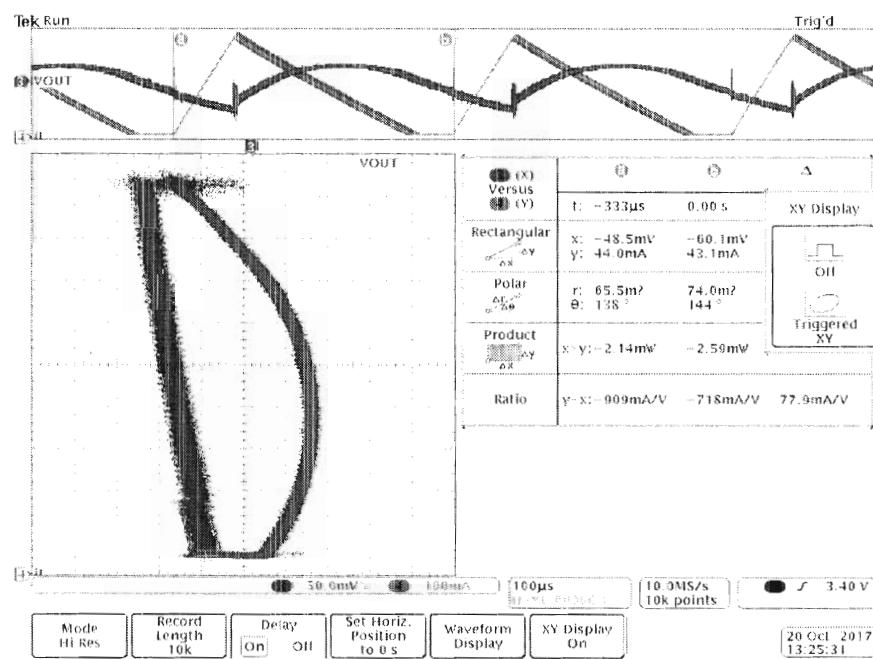


Figura 10

68

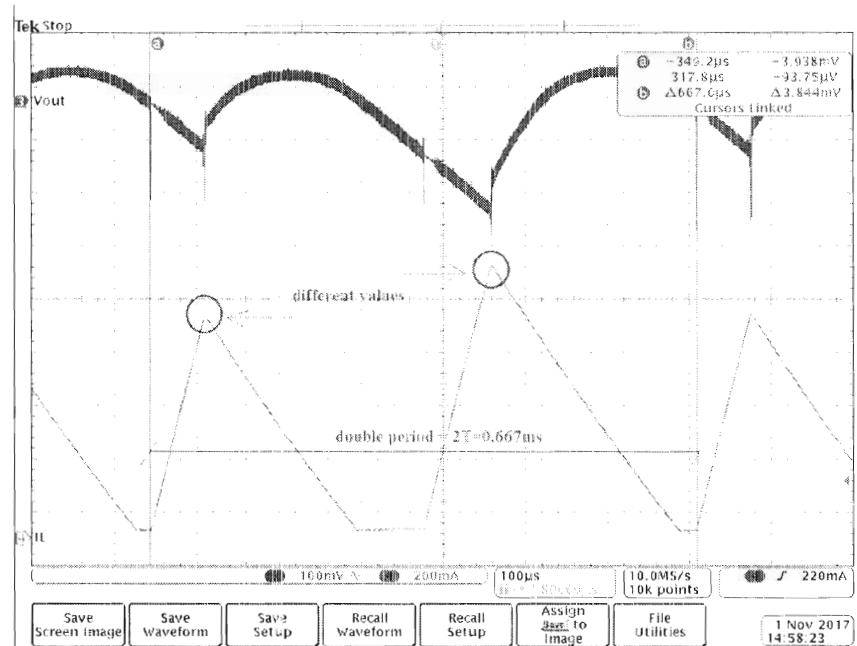


Figura 11

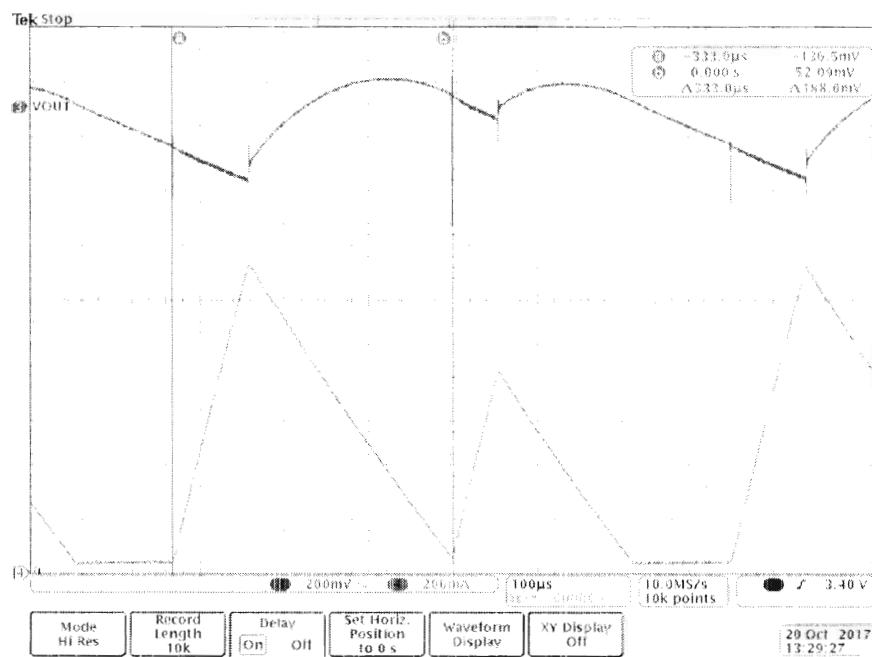


Figura 12

67

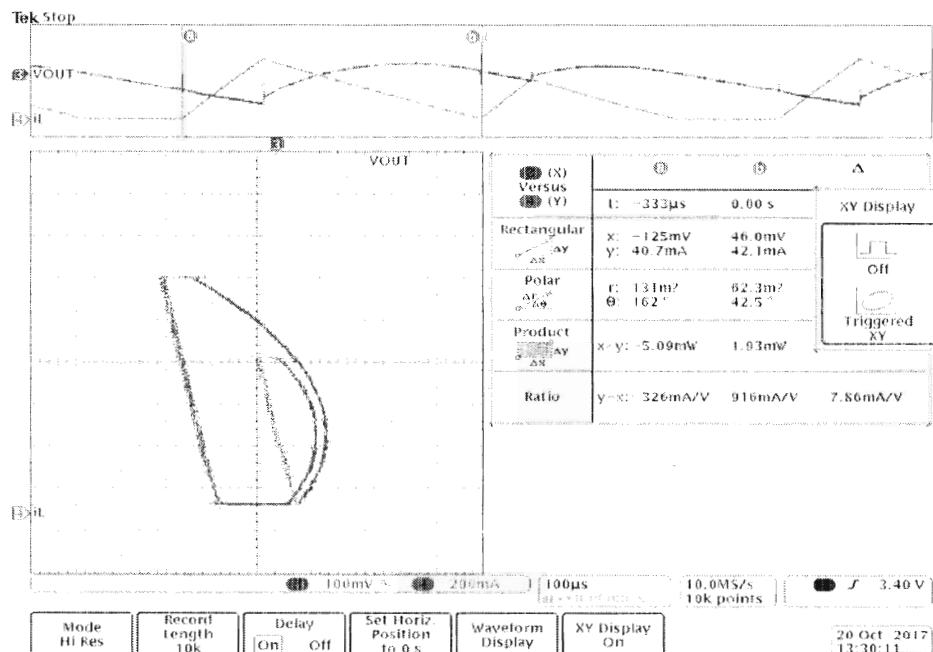


Figura 13

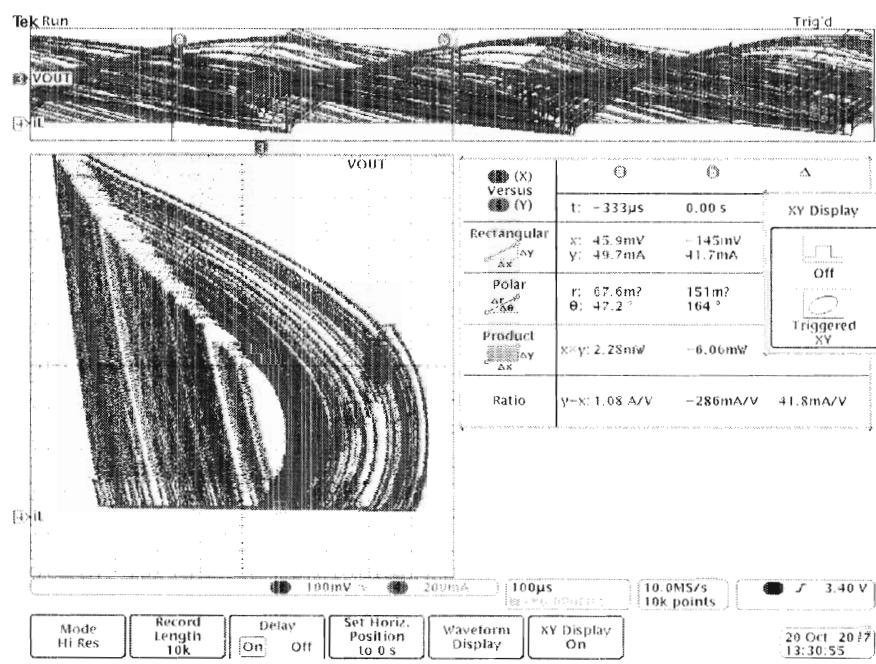


Figura 14

pentru CBI nr. a2022 00421 /18.07.2022

cu titlul: Metodă și aparat pentru diagnosticarea stabilității convertoarelor DC-DC cu funcționare în trei stări topologice

Revendicări

1. Metodă pentru diagnosticarea stabilității convertoarelor DC-DC cu funcționare în trei stări topologice caracterizată prin aceea că permite determinarea, pentru orice convertor DC-DC ce funcționează cu trei stări topologice, a valorii parametrului de bifurcație la care acesta trece dintr-o funcționare stabilă la o funcționare defectuoasă și a nivelului de instabilitate prin parcurgerea următoarelor etape:
 - pentru un parametru de stare stabilit (exemplu: factor de amplificare, k), pe baza unor ecuații matematice ce descriu o funcționare cu trei stări topologice se determină vectorii de stare la momentele discrete de timp,
 - pe baza vectorilor de stare se stabilește o hartă iterativă de semnal mic, a variației prognozate pentru parametrul de stare urmărit,
 - se stabilește apoi matematic punctul static de funcționare (PSF), de bifurcație,
 - pentru acesta se evaluează derivatele parțiale ce compun jacobianul hărții iterative,
 - se analizează valoarea derivatelor parțiale și se apreciază stabilitatea sau nivelul de instabilitate a sistemului analizat după cum valorile proprii sau multiplicatorii caracteristici jacobianului se situează în cercul de rază unitate cu centrul în originea planului complex, respectiv în afara acestuia.
 - se ajustează valoarea PSF pentru obținerea unui regim de funcționare stabil, cu valorile proprii sau multiplicatorii caracteristici jacobianului în cercul de rază unitate.

2. Aparat pentru diagnosticarea stabilității convertoarelor DC-DC cu funcționare în trei stări topologice, care folosește metoda conform revendicării 1, **caracterizat prin aceea că**, este alcătuit dintr-un convertor boost, cu control proporțional în tensiune, cu circuit SG3524 având doi pini de ieșire (11 și 14) conectați în paralel pentru a genera semnal de intrare în impulsuri scurte pentru un modul bistabil, un condensator C care împreună cu P₂ stabilește frecvența de funcționare a circuitului SG3524 și implicit frecvența de comutație a convertorului boost, un circuitul IC2, amplificator operational de tipul LM 318, folosit pentru a amplifica impulsuri scurte astfel încât să depășească pragul de comutare al intrării de set a modulului bistabil, un circuit IC3 cu de modul comparatorul LM311 care furnizează semnalul de resetare pentru bistabil, un amplificator diferențial cu circuit integrat IC

ilie Sîr *gustav* *MH*

T



**RO 137540 A0
REVENDICĂRI MODIFICATE**

realizat cu AO de tipul LF356 cu 4 rezistențe notate de la R₁ la R₄ prin care se stabilește valoarea amplificării k (ca exemplu de parametru monitorizat pentru stabilirea punctului de comutație/bifurcație) și un potențiometru dublu R₁-R₃ care asigură parcurgerea plajei pentru modificarea parametrului de bifurcație astfel încât, pentru diagnosticarea stabilității unui convertor DC-DC analizat și pentru frecvență de comutație stabilită (exemplu: 3 kHz), verifică într-o primă etapă stabilitatea locală în jurul PSF stabilit conform metodei, de funcționare în regim stabil a convertorului analizat, injectând în modulul bistabil semnal de intrare pentru parametru de bifurcație monitorizat (factor de amplificare, k, pentru schema prezentată ca exemplu de aplicare) după care, iterativ și cu o frecvență de comutație prestabilită, modifică semnalul de intrare în jurul valorii de la testarea inițială/anterioră și înregistrează evoluția (forma de undă a) semnalului de ieșire, prin comparare cu cel de la testarea precedentă și stabilește valoarea reală a PSF pentru care, într-o perioadă de comutație, semnalul de tact urmărit efectuează o tranziție bruscă, punct până la care convertorul analizat funcționează în regim stabil sau, pentru o valoare impusă a PSF se modifică componentele electronice ale convertorului și se reiterează procesul de verificare a funcționării stable a acestuia în noile condiții.

