

(12) CERERE DE BREVET DE INVENȚIE

(21) Nr. cerere: a 2020 00031

(22) Data de depozit: 27/01/2020

(41) Data publicării cererii:
30/07/2021 BOPI nr. 7/2021

(71) Solicitant:
• UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN
CLUJ-NAPOCA, STR.MEMORANDUMULUI
NR.28, CLUJ-NAPOCA, CJ, RO

(72) Inventatori:
• CIUPAN MIHAI, STR.MESTECENILOR,
NR.6, SC.1, BL.9E, AP.2, CLUJ - NAPOCA,
CJ, RO

(74) Mandatar:
CABINET DE PROPRIETATE
INDUSTRIALĂ CIUPAN CORNEL,
STR. MESTECENILOR NR. 6, BL. 9E, SC.1,
AP. 2, CLUJ NAPOCA, CJ

(54) METODA PENTRU OPTIMIZAREA DESIGNULUI
EXPERIMENTAL FOLOSIND DIAGRAME VORONOI,
APLICATĂ PENTRU BETOANE POLIMERICE

(57) Rezumat:

Invenția se referă la o metodă de optimizare a designului experimental bifactorial pentru cercetarea performanțelor unor betoane polimerice. Metoda conform invenției constă în stabilirea variabilelor independente și a domeniului dreptunghiular de variație al acestora, fixarea a patru puncte (C_1 , C_2 , C_3 și C_4) în colțurile dreptunghiului, stabilirea a celorlalte $n - 4$ puncte notate de la C_5 la C_n , într-un mod aleator pe suprafața dreptunghiului, calcularea diagramei Voronoi și mutarea punctelor C_5 la C_n în interiorul dreptunghiului până la obținerea unor suprafețe de colț $S_c = S_1 = S_2 = S_3 = S_4$ egale între ele și a unor suprafețe interioare $S_i = S_5 = S_6 = \dots = S_n$ egale între ele și având arii cât mai apropiate.

Revendicări: 5
Figuri: 11

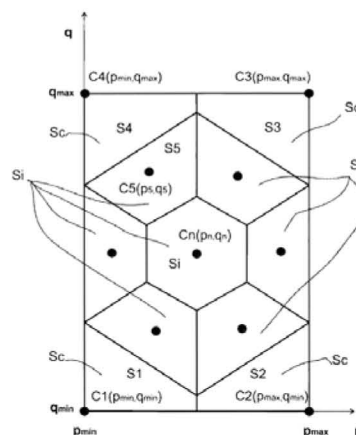


Fig. 6



Metodă pentru optimizarea designului experimental folosind diagrame Voronoi, aplicată pentru betoane polimerice

Invenția se referă la o metodă de optimizare a designului experimental bifactorial pentru cercetarea performanțelor unor betoane polimerice (compozite minerale) în scopul identificării unor rețete optime. Metoda se poate aplica în cazul oricărui experimente bifactoriale.

În domeniul betoanelor polimerice, ca și în multe alte domenii, este necesară adesea efectuarea de experimente pentru determinarea unor soluții optime ale unei probleme care este dificil de modelat matematic. Înainte de desfășurarea propriu-zisă a experimentului se stabilește designul experimental, adică modul de desfășurare a experimentelor. Fazele experimentului sunt în general următoarele:

- identificarea variabilelor independente (datele de intrare) și a celor dependente (rezultatele urmărite);
- stabilirea intervalelor de interes pentru variabilele independente și alegerea unor valori discrete ale acestora, care vor constitui condițiile experimentale testate (seturi de valori ale variabilelor independente);
- desfășurarea propriu-zisă a experimentului prin testarea probelor rezultate în condițiilor stabilite anterior.

Pentru ca rezultatele obținute să fie semnificative din punct de vedere statistic și să se apropie cât mai mult de optim, se recomandă realizarea unui număr cât mai mare de condiții experimentale, însă din motive economice și de timp experimentatorii sunt nevoiți să se încadreze într-o limită de teste care pot fi efectuate.

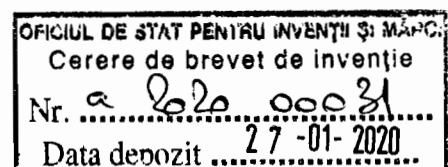
Datorită acestei limitări este important să se aleagă condiții experimentale cât mai reprezentative, sau mai egal spațiate pe domeniul studiat, pentru ca pe baza rezultatelor experimentale să se poată construi o interpolare sau aproximare a rezultatelor cu o eroare cât mai scăzută.

Generalități despre betoanele polimerice

Betoanele polimerice reprezintă un material compozit format din agregate minerale și o rășină polimerică cu rol de liant. Agregate uzual folosite sunt sorturi de pietriș și nisip cuarțos provenit din balastiere sau granit concasat, din cariere. Se folosesc cu preponderență rășini epoxidice sau poliesterice, dar pot fi folosite și alte tipuri, precum cele acrilice.

Un procedeu tipic de fabricare a pieselor din betoane polimerice constă din următoarele operații :

- selectarea și procurarea agregatelor minerale;
- selectarea și procurarea rășinii epoxidice;
- uscarea agregatelor;
- sortarea fracțiilor de agregate;
- realizarea matrițelor în care se vor turna piesele;
- curățarea matrițelor și aplicarea demulantului;
- realizarea compozitului mineral pe baza rețetei și turnarea acestuia în matriță



- extragerea piesei din matriță, după consolidarea compozitului
- finisarea pieselor.

Influența constituenților asupra proprietăților betonului polimeric

Roca din care provin agregatele are rolul de a crește rigiditatea și stabilitatea dimensională și de a scădea coeficientul de dilatare termică a materialului compozit.

Rășina polimerică îi conferă acestuia rezistența mecanică, rezistența la impact și o foarte bună capacitate de absorbție a vibrațiilor.

După alegerea agregatelor și a rășinii ce urmează a fi folosită, pentru optimizarea unei rețete de compozit mineral se pot varia următorii parametri:

- cantitatea folosită din fiecare sort, exprimată în procente din masa totală de agregate folosite;
- cantitatea de rășină, exprimată în procente din masa amestecului final.

Stabilirea procentului fiecărui sort

Procentul din fiecare sort poate fi stabilit prin oricare din următoarele metode (Fennis & Walraven, Using particle packing technology for sustainable concrete mixture design):

- curbe de optimizare;
- modele de împachetare a particulelor;
- modele cu elemente discrete (simulări numerice).

Datorită rezultatelor bune, a simplității în aplicare și a utilizării larg răspândite, se alege adesea prima metodă, aceea a curbelor de optimizare. Există numeroase curbe ce pot fi folosite, printre ele numărându-se:

- Fuller și Thompson;
- Andreasen și Andersen;
- Funk și Dinger.

Curba Funk și Dinger este definită de ecuația (1) care ține cont, spre deosebire de celelalte și de existența unei limite inferioare a dimensiunilor agregatelor:

$$S(d) = \frac{d^q - d_{min}^q}{d_{max}^q - d_{min}^q} \quad (1).$$

În ecuația (1) s-au folosit următoarele notații:

$S(d)$ = procentul din masa amestecului final;

d = diametrul maxim al particulelor din sortul considerat;

d_{min} = diametrul minim al agregatelor folosite;

d_{max} = diametrul maxim al agregatelor folosite;

q = un coeficient care ține cont de forma agregatelor.

Curba definită de relația (1) se folosește în felul următor:

- se stabilesc sorturile ce urmează a fi folosite;

- se alege o valoare q în funcție de forma agregatelor;
- se calculează procentul din fiecare sort;
- se realizează epruvete din amestecul obținut și se testează;
- se ajustează factorul q și se repetă procesul până la obținerea rezultatelor urmărite.

Andreasen și Andersen au propus utilizarea unui factor q din intervalul 0.33-0.50 pentru obținerea unei densități cât mai bune de împachetare a betonului. În cazul compozitului mineral, alegem ca punct de pornire valoarea propusă de Funk și Dinger, $q=0.37$.

În tabelul 1 se prezintă procentul de agregate ce trec prin fiecare sită, în tabelul 2, procentul de agregate din fiecare sort, iar în tabelul 3 masa de amestecat din fiecare sort presupunând că se dorește obținerea a 1 kg de amestec. În figura 1 se prezintă un grafic al procentului de agregate ce trec prin fiecare sită.

Tabel 1.

Ochi sita [mm]	[%]
4.000	100
2.000	64,7
1.000	37,5
0.500	16,3

Tabel 2.

Sort	[%]
2-4	35,3
1-2	27,3
0.5-1	21,1
0.25-0.50	16,3
	100%

Tabel 3.

Sort	m[g]
2-4	353
1-2	273
0.5-1	211
0.25-0.50	163
	1000 g

Un mod de stabilire a designului experimental des folosit în inginerie este metoda Taguchi, care face parte din categoria design-urilor factoriale fracționale. Dezavantajul acesteia este că presupune alegerea unui număr fix de condiții în funcție de numărul de variabile independente și de numărul de nivele ale acestora. În același timp, metoda nu este concepută pentru a fi folosită în mai multe aplicări succesive care ar putea avea avantajul de folosire mai judicioasă a resurselor.

US2005240839A1 “Critical area computation of composite fault mechanisms using Voronoi diagrams” prezintă o metodă folosită pentru determinarea zonelor critice asociate cu diferite tipuri de defecte pentru circuite integrate. Metoda se bazează pe construirea unor diagrame Voronoi individuale pentru zonele critice privind defectele. Metoda nu este adecvată aplicării în cazul betoanelor polimerice sau a altor experimente bifactoriale.

În continuare se propune o metodă bazată pe diagrame Voronoi pentru stabilirea designului experimental atunci când se dorește identificarea unei rețele de beton polimeric care să optimizeze o anumită proprietate a acestuia.

Presupunem că există resurse doar pentru testarea unui număr n de rețete de compozit mineral și se dorește optimizarea unei proprietăți a materialului, notată în continuare cu **Rez**, care poate fi rigiditatea, rezistența mecanică, coeficientul de dilatare termică etc. Strategia folosită în acest caz urmărește

maximizarea informațiilor obținute cu acest număr redus de încercări, prin stabilirea condițiilor experimentale, conform unui algoritm și reprezentarea rezultatelor utilizând o suprafață de răspuns.

Variabila dependentă **Rez** este influențată de următoarele două variabile independente:

- **p**, cantitatea de rășină, exprimată în procente din masa amestecului final;
- **q**, coeficientul din relația (1) cu care se calculează cantitatea folosită din fiecare sort, exprimată în procente din masa totală de agregate folosite.

Cei doi factori **p** și **q** alcătuiesc un experiment bifactorial. Ca valoare de referință, pentru **q** se consideră 0.37, valoarea recomandată de Funk și Dinger pentru obținerea unei densități maxime de împachetare, dar pentru a acoperi o gamă mai largă de forme ale agregatelor, **q** va lua valori în intervalul 0.34-0.40.

În cazul procentului de rășină **p**, valoarea minimă de 7-8% (Bruni și colab., 2008) este dată de umectarea agregatului și formarea de punți de legătură. Prin experimente proprii autorul a ajuns la concluzia că procentul de rășină **p** poate fi crescut până la 11%. Creșterea procentului de rășină influențează proprietățile betoanelor polimerice astfel: scade rigiditatea, dar cresc rezistența mecanică la tracțiune, coeficientul de dilatare termică și capacitatea de amortizare a vibrațiilor. Pentru a acoperi intervalul dintre valoarea minimă și maximă, **p** va lua valori în intervalul 7-11%.

Domeniul acoperit de variabilele independente poate fi reprezentat ca un dreptunghi într-un plan determinat de axele **p** și **q** (figura 2). Se dorește ca perechile de valori ale variabilelor independente (**p**; **q**) să fie cât mai egal spațiate pe domeniul dreptunghiular. Pentru realizarea acestui scop se propune o metodă care folosește diagrame Voronoi.

Problema pe care o rezolvă invenția este maximizarea informațiilor referitoare la proprietatea urmărită a materialului, variabila dependentă, cu un număr redus de experimente formate din pachete de variabile independente (**p**; **q**).

Metoda, conform invenției, urmărește maximizarea informațiilor referitoare la proprietatea materialului prin spațierea cât mai egală punctelor ($p_i; q_i; i=1 \div n$) corespunzătoare celor **n** experimente, pe suprafața domeniului dreptunghiular de variație (**p**; **q**), pe baza unui algoritm care presupune parcurgerea următorilor pași:

1. stabilirea numărului de experimente **n** ($n > 4$);
2. stabilirea a 4 puncte, notate **C₁**, **C₂**, **C₃** și **C₄**, în colturile dreptunghiului care corespund combinațiilor de valori extreme ale variabilelor independente;
3. stabilirea a **n-4** puncte aleatoare, notate de la **C₅** la **C_n** pe suprafața dreptunghiului format de punctele **C₁**, **C₂**, **C₃** și **C₄**;
4. calcularea diagramei Voronoi pentru acestea;
5. mutarea punctelor în interiorul dreptunghiului până la obținerea unor arii egale între suprafețele Voronoi determinate de punctele **C₁**, **C₂**, **C₃** și **C₄**, respectiv între suprafețele celorlalte puncte, folosind algoritmul lui Lloyd sau unul similar (Balzer, Schloemer & Deussen, 2009);

6. afișarea coordonatelor celor n puncte reprezentând valorile variabilelor independente (p ; q).

Se dă în continuare un exemplu de aplicare a invenției în legătură cu figurile 1, ..., 10, care reprezintă:

- figura 1, procentul de agregate care trec prin fiecare sita;
- figura 2, domeniul acoperit de variabilele independente p și q pentru experimentul propus;
- figura 3, schema logica a algoritmului de plasare a punctelor în domeniul de variație a variabilelor;
- figura 4, diagrama Voronoi pentru $n=5$ puncte așezate conform algoritmului;
- figura 5, diagrama Voronoi pentru $n=6$ puncte așezate conform algoritmului;
- figura 6, diagrama Voronoi pentru n puncte așezate conform algoritmului;
- figura 7, suprafața de răspuns obținută prin interpolare liniară a rezultatelor obținute pe baza experimentelor din fig. 5
- figura 8, exemplul 1 de interpolare RBF a seturilor de valori (p ; q ; E)
- figura 9, o altă vedere a rezultatelor din exemplul 1
- figura 10, exemplul 2 de interpolare RBF a seturilor de valori (p ; q ; E)
- figura 11, o altă vedere a rezultatelor din exemplul 2.

Pentru studiul betoanelor polimerice s-au ales următoarele domenii de variație pentru variabile independente:

- $p \in [7 \div 11]$, cantitatea de rășină, exprimată în procente din masa amestecului final;
- $q \in [0.34 \div 0.4]$, coeficientul din relația (1) cu care se calculează cantitatea folosită din fiecare sort, exprimată în procente din masa totală de agregate folosite.

Fiecare pereche de variabile (p ; q) din domeniul de variație al acestora constituie o rețetă de material.

Așa cum sunt definite anterior, p și q iau valori continue în domeniul de variație, fapt pentru care se poate realiza, cel puțin teoretic, un număr infinit de experimente. Oricum, pentru acoperirea întregului domeniu de variație a variabilelor p și q este necesară efectuarea unui număr foarte mare de experimente. Atribuind variabilelor p și q valori discrete conform figurii 2, se constată că sunt necesare 35 de experimente, deoarece sunt $5 \times 7 = 35$ de combinații posibile pentru cei doi factori considerați. Pentru ca măsurătorile obținute să fie fidele, este recomandabil ca pentru fiecare condiție experimentală să se efectueze minim 3 măsurători, adică să realizăm minim 3 epruvete. Dacă se folosește o singură matriță cu 3 cuiburi, iar timpul de la turnare până la demulare este de 3 zile, înseamnă că producerea epruvetelor durează $3 \times 35 = 105$ zile lucrătoare, echivalentul a aproximativ 21 de săptămâni, adică 5 luni. Încercarea la tracțiune și sumarizarea datelor furnizate de echipamentul de test ar adaugă considerabil la timpul menționat și ar face un experiment factorial întreg nefezabil.

Scopul metodei este de a maximiza informația asupra proprietății materialului, pe baza unui număr redus de experimente distribuite în întreg domeniul de variație al variabilelor independente p și q . Principiul metodei se bazează pe distribuirea cât mai uniformă a punctelor (p ; q) ce corespund celor n condiții experimentale, pe suprafața domeniului dreptunghiular din figura 2.

Un exemplu de aplicare a metodei, într-o singură etapă, presupune următoarele operații:

1. stabilirea a 4 puncte, notate C_1, C_2, C_3, C_4 , în colțurile dreptunghiului care corespund combinațiilor de valori extreme ale variabilelor independente;
2. stabilirea a celorlalte $n-4$ puncte notate de la C_5 la C_n , într-un mod aleator pe suprafața dreptunghiului format de punctele C_1, C_2, C_3, C_4 ;
3. calcularea diagramei Voronoi pentru punctele C_5 la C_n ;
4. mutarea punctelor C_5 la C_n , în interiorul dreptunghiului până la obținerea unor suprafețe de colț $S_c=S_1=S_2=S_3=S_4$ egale între ele și a unor suprafețe interioare $S_i=S_5=S_6=...=S_n$ egale între ele, iar aria suprafețelor S_c și S_i să fie cât mai apropiate; condițiile mai sus enunțate se pot realiza folosind algoritmul lui Lloyd sau unul similar (Balzer, Schloemer & Deussen, 2009);
5. afișarea coordonatelor celor n puncte reprezentând valorile variabilelor independente ($p; q$), care reprezintă cele n rețete de material;
6. realizarea amestecurilor pentru cele n rețete și turnarea epruvetelor;
7. efectuarea încercărilor de laborator și măsurarea parametrului urmărit;
8. interpolarea rezultatelor și obținerea suprafeței de răspuns pe domeniul studiat.

Pentru realiza operațiilor 1-5 se utilizează un program de calculator bazat pe algoritmul prezentat în figura 3, acesta fiind format din următorii pași:

- se citește intervalul de valori al variabilelor independente ($p; q$);
- se citește numărul de condiții experimentale n ;
- stabilirea coordonatelor celor patru puncte din colțurile dreptunghiului: $C_1(p_{\min}, q_{\min})$, $C_2(p_{\max}, q_{\min})$, $C_3(p_{\max}, q_{\max})$ și $C_4(p_{\min}, q_{\max})$;
- calcularea diagramei Voronoi pentru cele n puncte;
- mutarea punctelor C_5, \dots, C_n (schimbarea coordonatelor) pe baza algoritmului LLOYD până când Suprafețele S_c ale celor patru puncte de colț C_1, C_2, C_3 și C_4 sunt egale între ele și suprafețele interioare S_i formate de celelalte $n-4$ puncte (C_5 la C_n) sunt egale între ele și cât mai apropiate de suprafețele S_c ;
- afișarea coordonatelor celor n puncte.

Metoda prezentată anterior se poate aplica și în etape succesive, fapt care permite folosirea mai bună a resurselor și minimizează eroarea de aproximare sau interpolare doar în zona sau zonele cu cea mai mare probabilitate de a conține optimul.

Aplicarea metodei în etape succesive presupune următoarele operații:

1. se stabilește numărul total n_t de condiții experimentale care se pot testa;
2. se stabilește un număr inițial n_1 care se testează în primul experiment;
3. se aplică metoda într-o etapă pentru n_1 experimente distribuite pe întregul domeniu al variabilelor independente;

4. se analizează suprafața de răspuns obținută și se selectează unul sau mai multe subdomenii dreptunghiulare de interes în jurul valorilor optime (se restrânge domeniul variabilelor independente);
5. se aplică din nou metoda într-o etapă pentru fiecare dintre aceste noi subdomenii;
6. la final, datele experimentale obținute sunt approximate sau interpolate și se identifică optimul global.

Rezultatele experimentale obținute conform modurilor de aplicare (într-o singură etapă sau în etape succesive) a metodei cu diagrame Voronoi pot fi approximate sau interpolate pentru a estima valoarea variabilei dependente și pentru alte valori ale variabilelor independente decât cele testate. Aproximarea se referă la găsirea unei funcții care se apropie de valorile obținute, dar nu neapărat le intersectează. Interpolarea reprezintă identificarea unei funcții care trece prin toate punctele pe baza cărora se construiește interpolarea.

Exemplu de aplicare a metodei diagramelor Voronoi, într-o singură etapă.

Notăm cu n , $n \geq 4$, numărul de condiții experimentale pentru care avem resurse. În urma efectuării testelor se vor obține o serie de puncte 3D cu coordonatele $(p; q; E)$, care vor fi interpolate pentru obținerea unei suprafețe care să aproximeze valorile modulului de elasticitate E pe intervalele $p \in [7 \div 11]$ și $q \in [0.34 \div 0.40]$. Modulul de elasticitate E oferă informații asupra rigidității materialului.

Folosind metoda într-o singură etapă, se urmărește evitarea zonelor cu o densitate mică de puncte și implicit de informație. Această metodă folosește faptul că în inginerie variabilele independente (concentrație, presiune, temperatură, viteză, etc.) sunt în general continue și propune o alternativă eficientă de folosire a resurselor experimentale, care sunt în general limitate. Figura 4 prezintă stabilirea condițiilor experimentului propus pentru $n=5$, iar figura 7 prezintă construirea unei suprafețe de răspuns pe baza rezultatelor obținute, folosind o interpolare liniară între fiecare trei cele mai apropiate puncte. Chiar dacă acest tip de interpolare oferă numeroase informații despre influența variabilelor independente asupra variabilei dependente, modulul de elasticitate maxim citit de pe grafic va fi obținut pentru aceleași variabile independente ca și experimentul care a adăugat valoare maximă. În mod practic, doar întâmplător maximul se va regăsi într-unul din experimente.

Pentru obținerea unei suprafețe de răspuns care să aproximeze mai bine influența parametrilor p și q asupra modulului de elasticitate E se pot folosi unele tipuri de aproximări precum cele de tip polinomiale sau cele de tip funcții de baza radiale (en: radial basis function - RBF).

Pentru folosire mai eficientă a rezultatelor experimentale, pentru întreg domeniul $(p; q)$ studiat, s-a realizat un program MATLAB pentru crearea de interpolări folosind funcții radiale de bază (RBF). Scopul programului este de a extinde informațiile despre compozitele minerale obținute dintr-un set limitat de experimente.

Se consideră un set de puncte experimentale (p,q,E) pe baza cărora se construiește interpolarea folosind funcții RBF.

Datele de intrare sunt reprezentate de următoarele seturi (p[%], q[], E[GPa]) pe baza cărora se va construi o suprafață interpolată: (7.000000; 0.340000; 12.000000), (7.000000; 0.370000; 31.000000), (7.000000; 0.400000; 24.000000), (9.000000; 0.340000; 15.000000), (9.000000; 0.370000; 37.000000), (9.000000; 0.400000; 16.000000), (11.000000; 0.340000; 10.000000), (11.000000; 0.370000; 22.000000), (11.000000; 0.400000; 17.000000).

Aceste date sunt interpolate utilizând funcția RBF „thin-plate spline” și se obține un maxim de 37.106 vs. maximul de 37.0 GPa din setul inițial de date (rețeta 5). Figurile 8 și 9 prezintă o rețea construită prin interpolarea datelor prezentate anterior.

Programul afișează în consolă valoarea maximă a modulului de elasticitate $E=37.106$ și parametrii (p; q) pentru care corespund valorile (8.793, 37.103).

Exemplul 2 de interpolare

Datele de intrare sunt reprezentate de următoarele seturi (p[%], q[], E[GPa]) pe baza cărora se va construi o suprafață interpolată: (7.000000; 0.340000; 12.000000), (7.000000; 0.400000; 24.000000), (8.000000; 0.360000; 22.000000), (9.000000; 0.370000; 34.000000), (11.000000; 0.340000; 15.000000), (11.000000; 0.400000; 28.000000).

Datele sunt interpolate folosind funcția RBF „thin-plate spline” și se obține un maxim de 35.250 vs. valoarea maximă din setul inițial de 34.0 GPa (rețeta 4). Rezultatul este obținerea unui modul de elasticitate mai mare cu 3.67% față de valoare experimentală. Pe grafic se poate observa o zonă relativ întinsă unde valoarea lui E diferă puțin față de maxim, dar este posibil ca o altă rețetă, cu parametrii p și q care oferă pentru E valori apropiate de maxim, să fie preferată din punct de vedere al costului. Figurile 10 și 11 prezintă o rețea construită prin interpolarea datelor din exemplul 2.

Programul afișează în consolă valoarea maximă a modulului de elasticitate $E=35.250$ și parametrii (p; q) pentru care corespund valorile (9.344, 37.517).

Prin aplicarea invenției se obțin următoarele avantaje:

- flexibilitatea stabilirii oricărui număr de teste dorit;
- obținerea unei cantități cât mai mari de informații dintr-un număr dat de condiții experimentale;
- posibilitatea efectuării experimentului în etape succesive și utilizarea informațiilor obținute în una din etape în stabilirea zonei de interes pentru etapele următoare.

Bibliografie

1. Balzer, M., Schlomer, T., & Deussen, O. (2009). Capacity-Constrained Point Distributions: A Variant of Lloyd's Method. ACM Transactions on Graphics, Vol. 28, No. 3, Article 86
2. Fennis, S., & Walraven, J. C. (2012). Using particle packing technology for sustainable concrete mixture design. Delft University of Technology.

REVENDICĂRI

- I. Metodă pentru optimizarea designului experimental folosind diagrame Voronoi, aplicată pentru betoane polimerice, pentru experimente bifactoriale constând din următoarele faze:
- a) stabilirea caracteristicii materialului **Rez** ce se urmărește a fi optimizată (variabila dependentă);
 - b) stabilirea intervalelor de interes pentru factorii (variabilele independente) care influențează caracteristica **Rez**:
 - $p \in [p_{\min}, p_{\max}]$, cantitatea de rășină, exprimată în procente din masa amestecului final;
 - $q \in [q_{\min}, q_{\max}]$, coeficientul din relația cu care se calculează cantitatea de agregat folosită din fiecare sort $S(d) = \frac{d^q - d_{\min}^q}{d_{\max}^q - d_{\min}^q}$, ($S(d)$ = procentul din masa amestecului final; d = diametrul maxim al particulelor din sortul considerat, d_{\min} = diametrul minim al agregatelor folosite; d_{\max} = diametrul maxim al agregatelor folosite);
 - c) desfășurarea propriu-zisă a experimentului constând din **n** experimente, caracterizată prin aceea că, maximizarea informațiilor referitoare la caracteristica **Rez** se face prin spațierea cât mai egală punctelor ($p_i; q_i; i=1 \div n$) corespunzătoare celor **n** experimente, pe suprafața domeniului dreptunghiular de variație a variabilelor independente (**p**) și (**q**), pe baza unui algoritm care presupune parcurgerea următorilor pași:
 - i. stabilirea numărului de experimente n ($n > 4$);
 - ii. stabilirea a 4 puncte, notate C_1, C_2, C_3, C_4 , în colturile dreptunghiului care corespund combinațiilor de valori extreme ale variabilelor independente (**p**) și (**q**);
 - iii. stabilirea a $n-4$ puncte aleatoare, notate de la C_5 la C_n pe suprafața dreptunghiului format de punctele C_1, C_2, C_3, C_4 ;
 - iv. calcularea diagramei Voronoi pentru acestea;

- v. mutarea punctelor C_5 la C_n , în interiorul dreptunghiului până la obținerea unor suprafețe de colț $S_c=S_1=S_2=S_3=S_4$ egale între ele și a unor suprafețe interioare $S_i=S_5=S_6=...=S_n$ egale între ele, iar aria suprafețelor S_c și S_i să fie cât mai apropiate;
 - vi. afișarea coordonatelor celor n puncte reprezentând valorile variabilelor independente (p ; q);
 - vii. realizarea amestecurilor pentru cele n rețete și turnarea epruvetelor;
 - viii. efectuarea încercărilor de laborator și măsurarea caracteristicii **Rez**;
 - ix. interpolarea rezultatelor și obținerea suprafeței de răspuns pe domeniul studiat.
2. Metodă conform revendicării 1, **caracterizată prin aceea că**, pentru maximizarea informațiilor în zona valorii optime a caracteristicii **Rez**, metoda va fi aplicată în etape succesive, prin restrângerea zonei de interes a variabilelor independente (p ; q) în funcție de rezultatele obținute la prima aplicare, fazele metodei fiind următoarele:
- a) se stabilește numărul total n_t de condiții experimentale care se pot testa;
 - b) se stabilește un număr inițial n_1 care se testează la prima aplicare a metodei;
 - c) se aplică metoda într-o etapă pentru n_1 experimente distribuite pe întregul domeniu al variabilelor independente;
 - d) se analizează suprafața de răspuns obținută și se selectează unul sau mai multe subdomenii dreptunghiulare de interes în jurul valorilor optime (se restrânge domeniul variabilelor independente);
 - e) se aplică din nou metoda într-o etapă pentru fiecare dintre aceste noi subdomenii;
 - f) la final, datele experimentale obținute sunt approximate sau interpolate și se identifică optimul global.

3. Metodă conform revendicării 1, **caracterizată prin aceea că**, pentru realizarea fazelor i, ii, ..., vi, se utilizează un program de calculator bazat pe un algoritm care presupune următorii pași:
 - se citește intervalul de valori al variabilelor independente (p;q);
 - se citește numărul de condiții experimentale **n**;
 - stabilirea coordonatelor celor patru puncte din colțurile dreptunghiului: $C_1(p_{\min}, q_{\min})$, $C_2(p_{\max}, q_{\min})$, $C_3(p_{\max}, q_{\max})$ și $C_4(p_{\min}, q_{\max})$;
 - calcularea diagramei Voronoi pentru cele **n** puncte;
 - mutarea punctelor C_5, \dots, C_n (schimbarea coordonatelor) pe baza algoritmului LLOYD până când aria suprafețelor S_c ale celor patru puncte de colț C_1, C_2, C_3 și C_4 sunt egale între ele și aria suprafețelor interioare S_i formate de celelalte **n-4** puncte (C_5 la C_n) sunt egale între ele și cât mai apropiate de aria suprafețelor S_c ;
 - afișarea coordonatelor celor **n** puncte.
4. Metodă conform revendicării 1, **caracterizată prin aceea că**, suprafața de răspuns se obține prin interpolarea rezultatelor folosind funcții de baza radiale (RBF).
5. Metodă conform revendicărilor 1 și 2, **caracterizată prin aceea că**, poate fi aplicată pentru orice alte experimente bifactoriale prin alegerea corespunzătoare a variabilei dependente **Rez** și a variabilelor independente **p** și **q**.

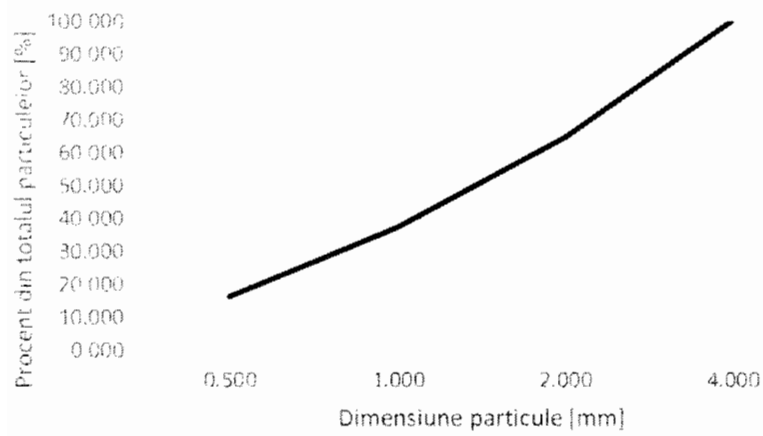
Distributia agregatelor pt. $q=0.37$ 

Figura 1

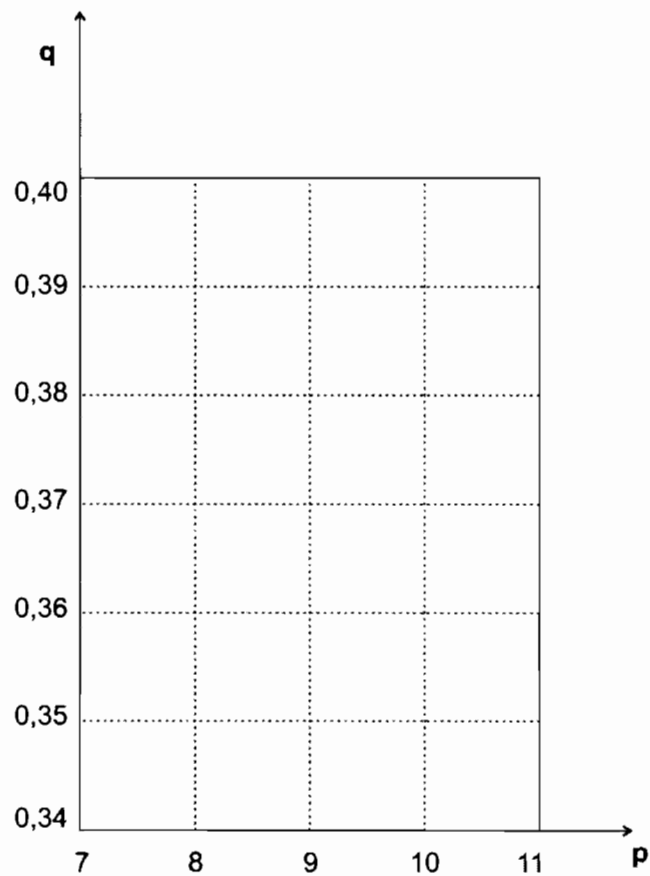


Figura 2

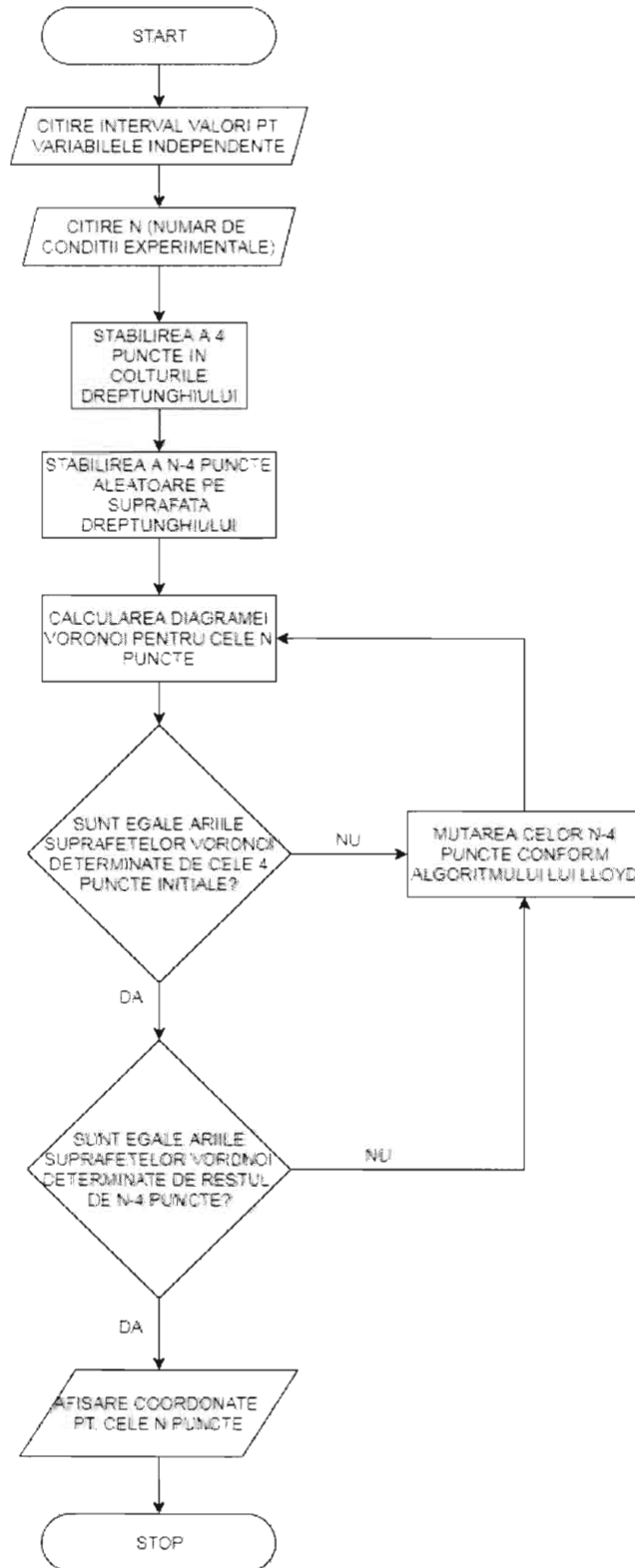


Figura 3

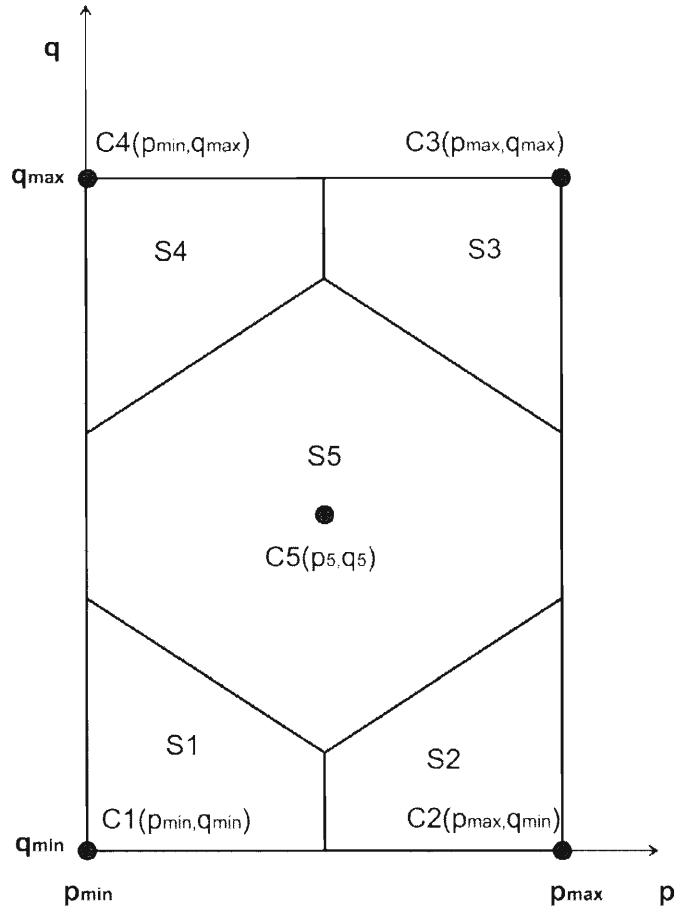


Figura 4

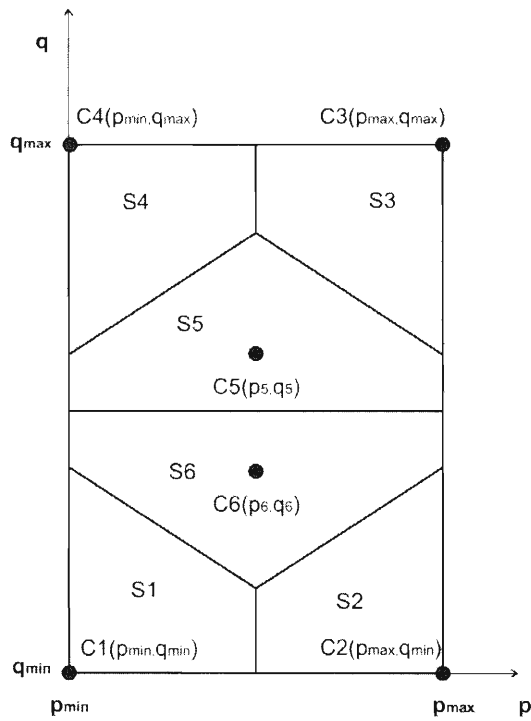


Figura 5

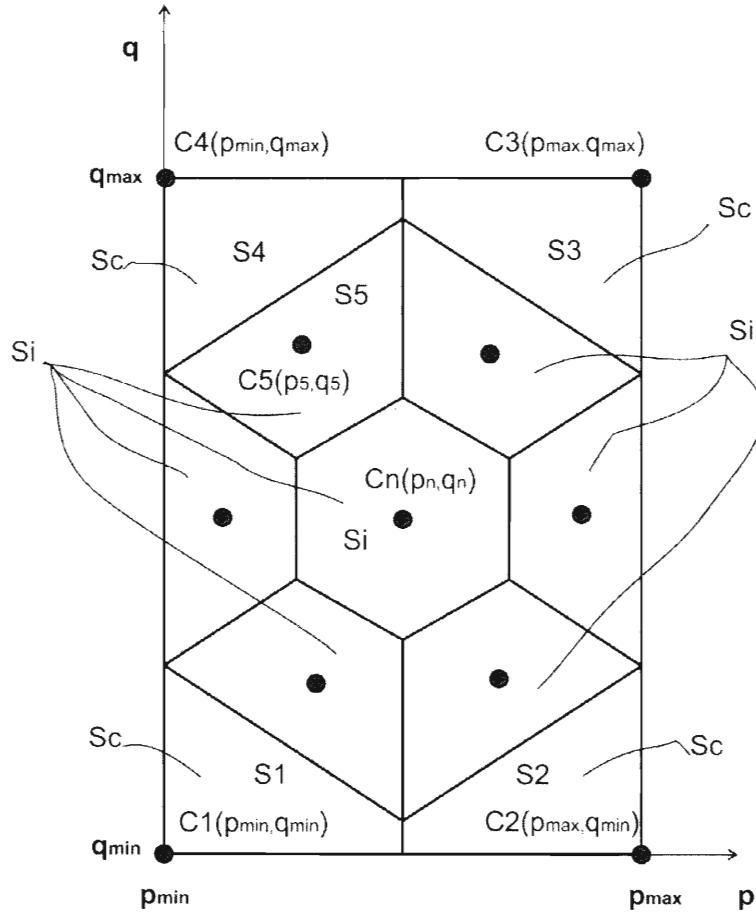


Figura 6

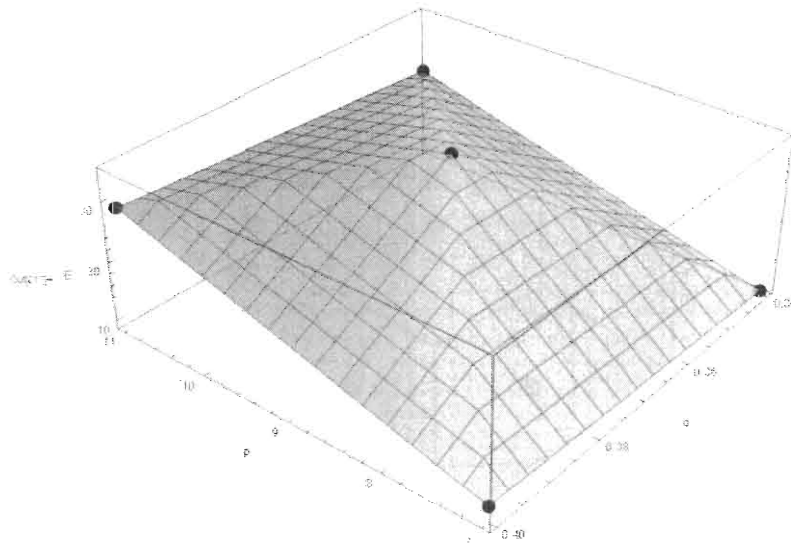


Figura 7

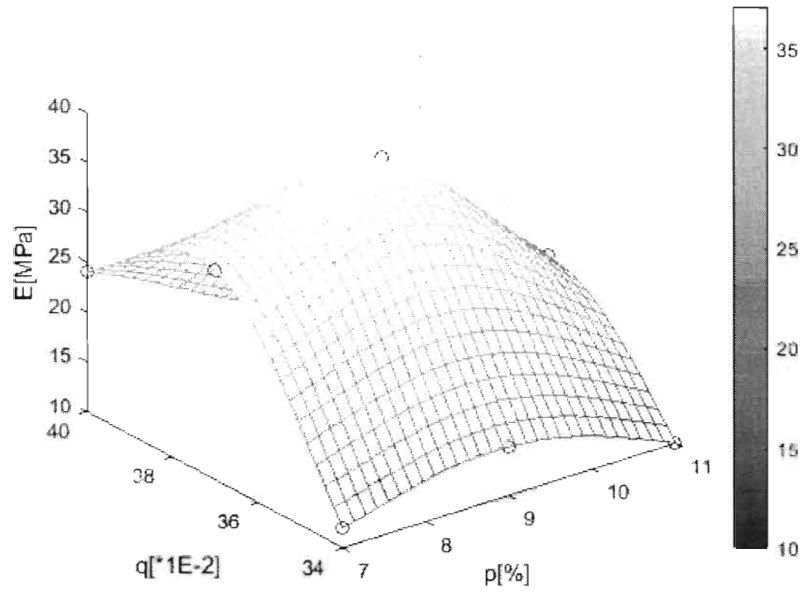


Figura 8

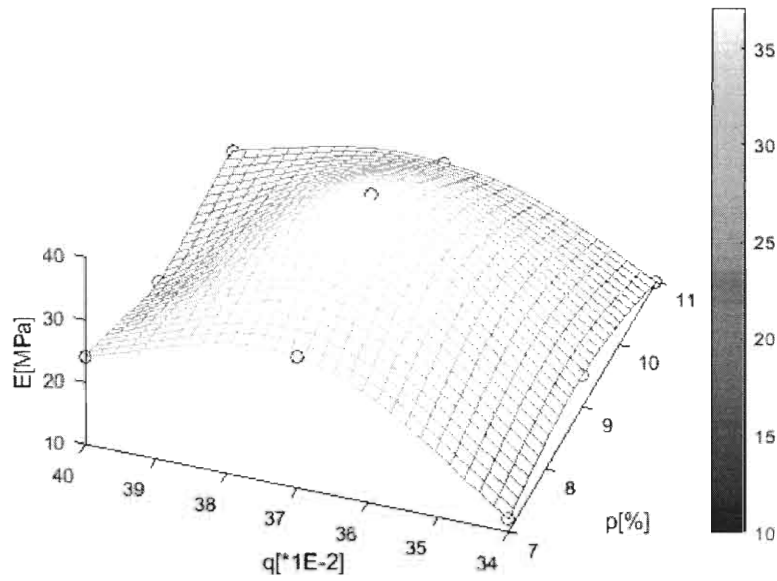


Figura 9

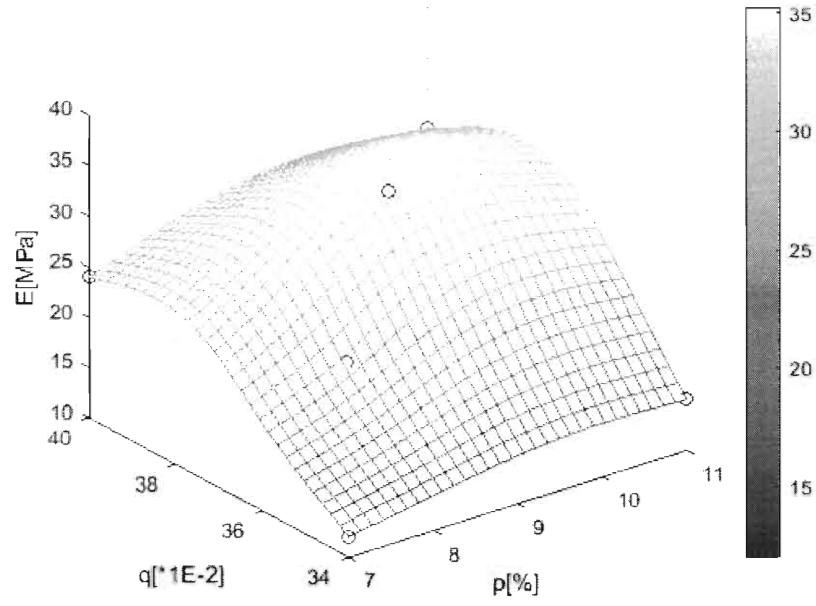


Figura 10

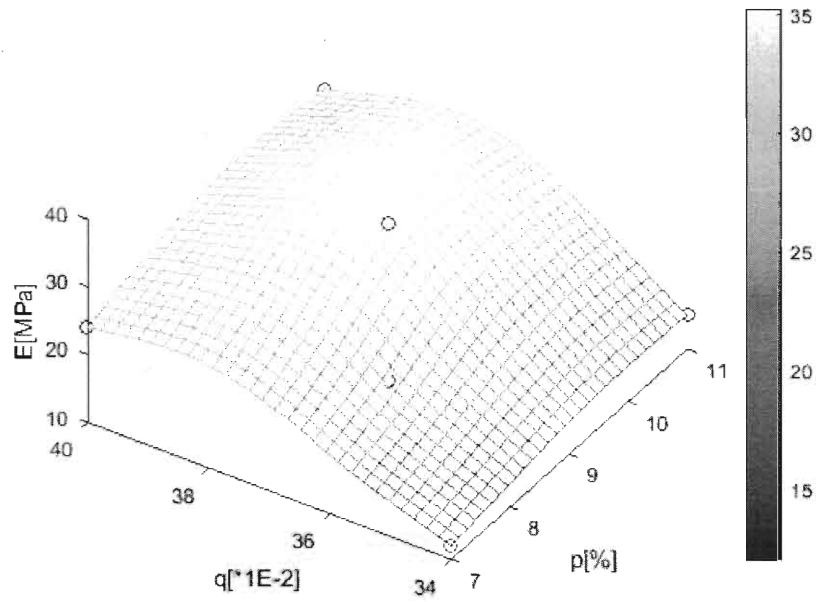


Figura 11